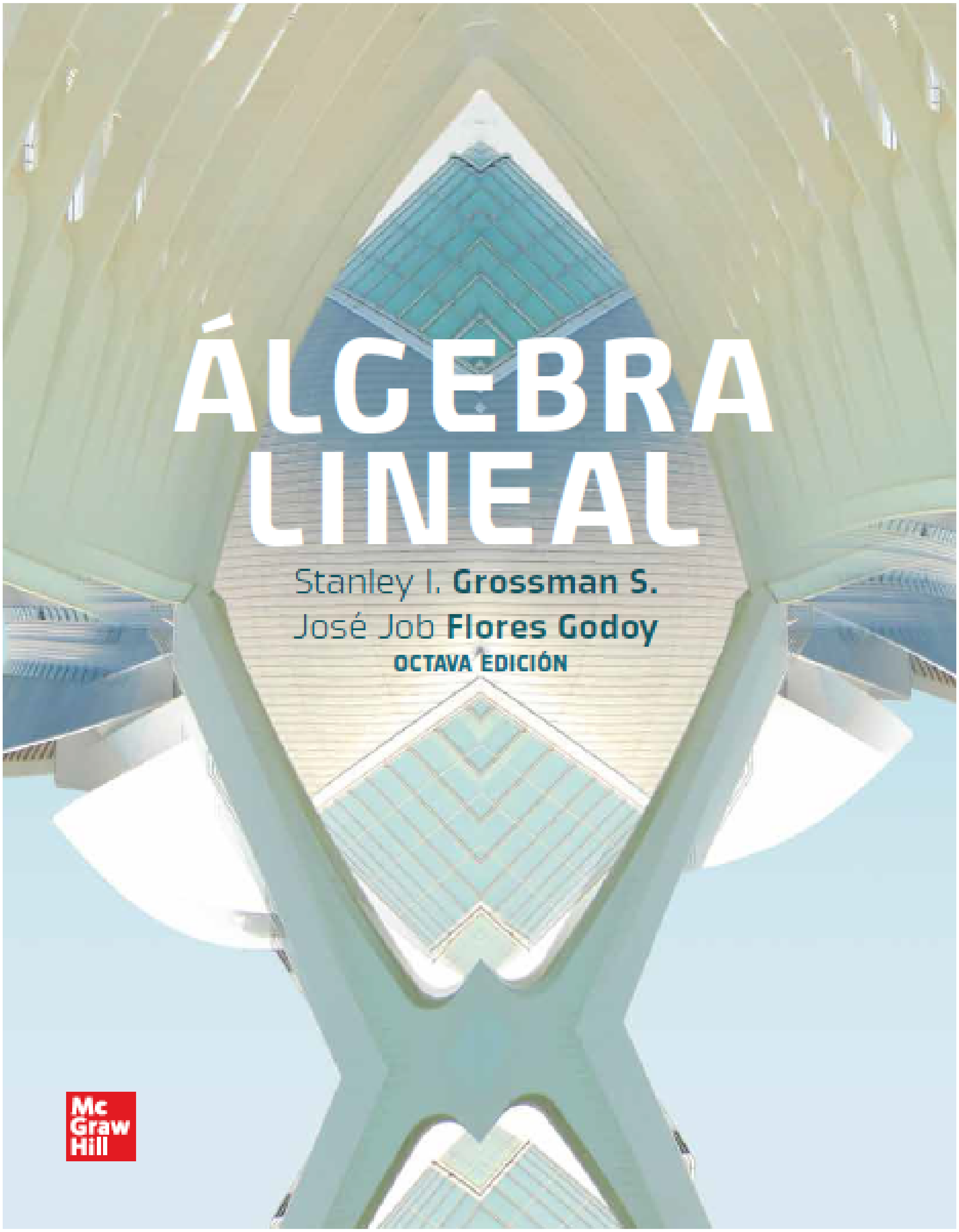

ÁLGEBRA LINEAL

Stanley I. **Grossman S.**
José Job **Flores Godoy**

OCTAVA EDICIÓN

Mc Graw Hill

Grossman Flores Octava Edición

José Job Flores Godoy
Departamento de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad Católica del Uruguay

19 de septiembre de 2019

Respuesta a los problemas impares

Capítulo 1

1.1 Sistema de ecuaciones lineales

1. $x = \frac{1}{5}$, $y = \frac{13}{5}$, $\Delta = -5$.

3. $x = -\frac{5}{2}$, $y = 2$, $\Delta = 6$.

5. $x = \frac{9}{8}$, $y = -\frac{7}{8}$, $\Delta = -16$.

7. Rectas paralelas, no existe solución, $\Delta = 0$.

9. $x = \frac{11}{9}$, $y = \frac{7}{9}$, $\Delta = 81$.

11. Rectas coincidentes, número infinito de soluciones, $x = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}k$, $y = k$, $k \in \mathbb{R}$, $\Delta = 0$.

13. $x = -10$, $y = --3$, $\Delta = 2$.

15. $x = 2$, $y = \frac{16}{5}$, $\Delta = -25$.

17. Si $\Delta = a^2 - b^2 \neq 0$ entonces $x = \frac{c}{a+b}$, $y = \frac{a}{b}$; Si $\Delta = a^2 - b^2 = 0$ y $a^2 - b^2 = ac - bc$ entonces $x = -\frac{c}{a} - \frac{b}{a}k$, $y = k$, $k \in \mathbb{R}$; Si $\Delta = a^2 - b^2 = 0$ y $a^2 - b^2 \neq ac - bc$ entonces no existe solución.

19. $ab \neq 0$.

21. $a = b = 0$, $c \neq 0$ o $d \neq 0$.

23. Son dos rectas paralelas, no existe solución.

25. $x = 0$, $y = \frac{1}{3}$.

27. $x = -\frac{1}{5\pi + \sqrt{2}}$, $y = \frac{\pi}{5\pi + s}$.

29. $d = \frac{3\sqrt{10}}{10}$.

31. $d = \frac{119\sqrt{5}}{10}$.

33. $d = \frac{3\sqrt{2}\sqrt{29}}{29}$.

35. $d = \frac{41\sqrt{13}}{104}$.

37. La recta perpendicular a L que pasa por (x_1, y_1) es $a\,(y - y_1) = b\,(x - x_1)$. El punto de intersección de las rectas es $x = \frac{x_1 b^2 - aby_1 + ac}{a^2 + b^2}$, $y = \frac{y_1 a^2 - abx_1 + bc}{a^2 + b^2}$. Calculando la distancia entre (x, y) y (x_1, y_1) y simplificando se llega a la expresión de la distancia.

39. Por reducción al absurdo. Incluimos la negación de la tesis original como hipótesis y buscamos una contradicción, es decir, ahora tenemos que es sistema tiene solución única y que $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0$. Esto significa que el sistema representa a dos rectas paralelas sobrepuestas (numero infinito de soluciones) o con ordenadas al origen distintas (no existe solución). Esta es la contradicción ya que la hipótesis es que el sistema tiene solución única.

41. Se tienen 20 aves y 40 bestias.

43. Se fabrican 80 tazas y 120 platos.

45. No existe solución para este problema.

1.2 m ecuaciones con n incógnitas...

1. $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$.

3. $x_1 = 2$, $x_2 = -1$, $x_3 = -1$.

5. El sistema no tiene solución.

7. El sistema tiene infinitas soluciones $x_1 = -3 - 6k$, $x_2 = -4 - 8k$, $x_3 = k$, $k \in \mathbb{R}$.

9. $x_1 = 1$, $x_2 = -2$, $x_3 = 1$.

11. $x_1 = 0$, $x_2 = -2$, $x_3 = -1$.

13. El sistema tiene infinitas soluciones $x_1 = -\frac{4}{5}k$, $x_2 = \frac{9}{5}k$, $x_3 = k$, $k \in \mathbb{R}$.

15. El sistema no tiene solución.

17. El sistema tiene infinitas soluciones $x_1 = 4 - 2r + 4s$, $r \in \mathbb{R}$, $s \in \mathbb{R}$.

19. El sistema tiene infinitas soluciones $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{5} - \frac{6}{5}k$, $x_3 = \frac{1}{15} + \frac{3}{5}k$, $x_4 = k$, $k \in \mathbb{R}$.

21. El sistema tiene infinitas soluciones $x_1 = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3}k$, $x_2 = -\frac{23}{29} - \frac{40}{29}k$, $x_3 = \frac{29}{39} + \frac{25}{39}$, $x_4 = k$, $k \in \mathbb{R}$.

23. $x_1 = -\frac{197}{198}$, $x_2 = \frac{25}{66}$, $x_3 = -\frac{47}{99}$, $x_4 = \frac{4}{11}$.

25. El sistema no tiene solución.

27. $x_1 = \frac{1}{5}, x_2 = \frac{19}{5}$.

29. Ninguna.

31. Ninguna.

33. Escalonada reducida.

35. Ninguna.

37. Escalonada.

39. Ninguna.

41. Forma escalonada $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Forma escalonada reducida $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

43. Forma escalonada $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Forma escalonada reducida $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

45. Forma escalonada $\begin{pmatrix} 1 & 4 & \frac{7}{2} & 8 \\ 0 & 1 & \frac{15}{14} & \frac{13}{7} \end{pmatrix}$. Forma escalonada reducida $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{11}{14} & \frac{4}{7} \\ 0 & 1 & \frac{15}{14} & \frac{13}{7} \end{pmatrix}$

47. Forma escalonada $\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Forma escalonada reducida $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

49. Existen infinitas soluciones tales que $x_1 = 42000 - 5k$, $x_2 = k - 8000, x_3 = k, k \in [8000, 8400]$.

51. Sean A_D, A_H, A_M las acciones de Delta, Hilton y McDonald's, respectivamente. Se tienen dos ecuaciones $-A_D - 1.5A_H + 0.5A_M = -350, A_D - 0.5A_H + A_M = 600$ que tiene infinitas soluciones $A_D = \frac{4300}{11} - \frac{5}{11}k$, $A_H = -\frac{300}{11} + \frac{7}{11}k$, $A_M = k$, $k \in \mathbb{R}$. Si se añade la información de que $A_M = 200$ entonces $A_H = 100$ y $A_D = 300$.

53. Se necesitan 11 anuncios de televisión, 3 en radio y 1 en revista.

55. El sistema es consistente para todo a, b, c.

57. Asuma $a_11 \neq 0$, haciendo la reducción por renglones de la primera columna de la matriz ampliada se obtiene que $\begin{pmatrix} 1 & \frac{a_{12}}{a_{11}} & \frac{a_13}{a_{11}} & \frac{b_1}{a_{11}} \\ 0 & \alpha_{22} & \alpha_{23} & * \\ 0 & \alpha_{32} & \alpha_{33} & * \end{pmatrix}$ con $\alpha_{22} = \frac{a_22 - a_{21}a_{12}}{a_{11}}$, $\alpha_{23} = \frac{a_{23} - a_{21}a_{13}}{a_{11}}$, $\alpha_{31} = \frac{a_{31} - a_{21}a_{12}}{a_{11}}$, $\alpha_{33} = \frac{a_{33} - a_{21}a_{13}}{a_{11}}$. α_{22} y α_{33} no pueden ser ambas cero, suponga $\alpha_{22} \neq 0$ y reduzca por renglones la segunda columna para obtener $\begin{pmatrix} 1 & * & * & * \\ 0 & 1 & * & * \\ 0 & 0 & \beta & * \end{pmatrix}$. Para que el sistema tenga solución única se debe tener que $\beta \neq 0$. Simplificando se obtiene que $a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{31}a_{23}a_{12} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{12}a_{21} \neq 0$.

58. a) Si $k = 4$ el sistema no tiene solución. b) No existe valor de k para que el sistema tenga un número infinito de soluciones. c) Si $k \neq 0$ el sistema tiene un número infinito de soluciones.

1.4 Sistemas homogéneos de ecuaciones

3. $x_1 = 0, x_2 = 0$.

7. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0$.

11. $x_1 = -\frac{3}{4}k, x_2 = -\frac{1}{2}k, x_3 = 0, x_4 = k, k \in \mathbb{R}$.

15. $x_1 = k, x_2 = \frac{3}{4}k, x_3 = -2k, x_4 = k, k \in \mathbb{R}$.