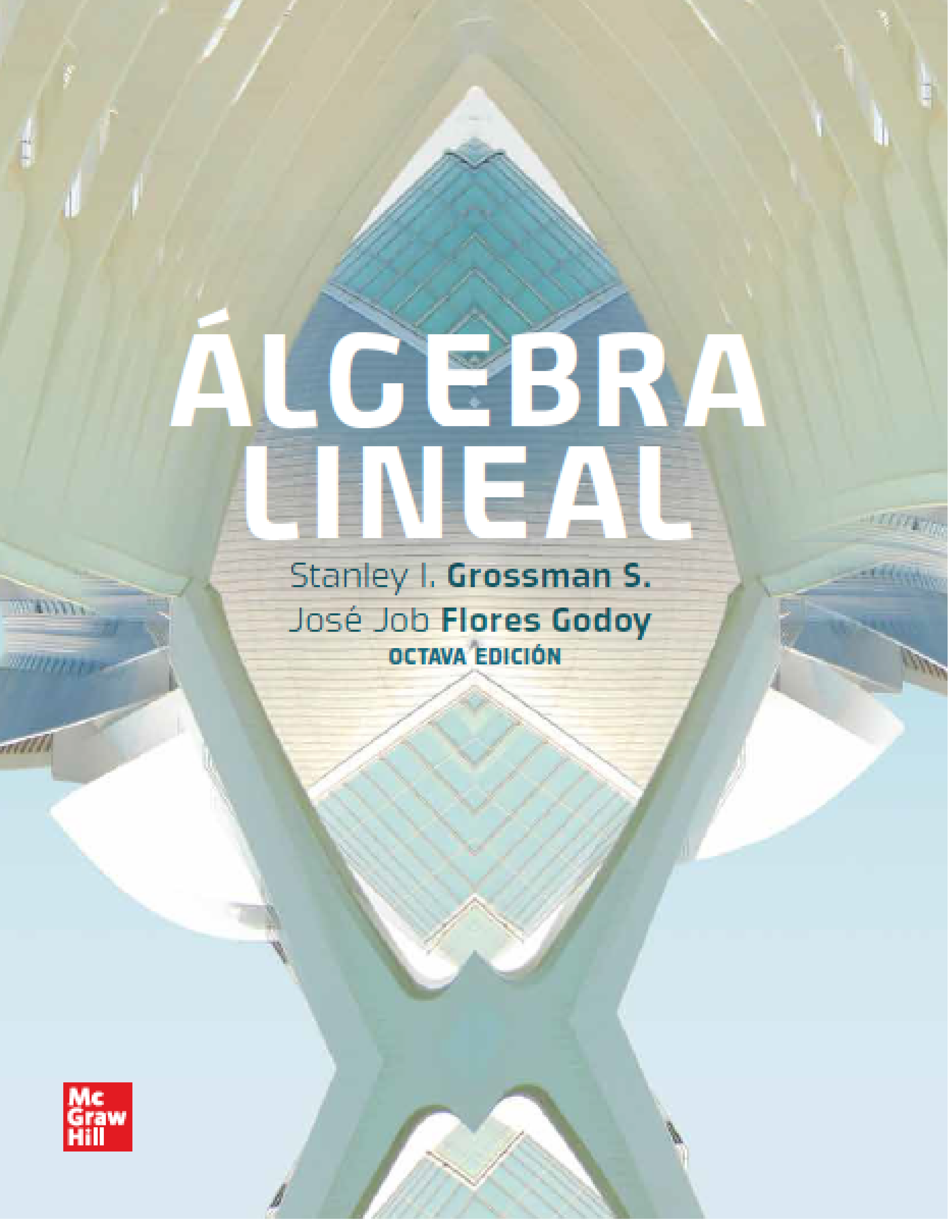


ÁLGEBRA LINEAL

Stanley I. Grossman S.
José Job Flores Godoy

OCTAVA EDICIÓN

Mc Graw Hill

Grossman / Flores

Octava Edición

José Job Flores Godoy
Departamento de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad Católica del Uruguay

20 de diciembre de 2019

Capítulo 8

8.1 Valores característicos y vectores característicos

5. $\lambda = 0, -3$, $E_0 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\right\}$, $E_{-3} = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}\right\}$.

13. $\lambda = 1, 2, -1$, $E_1 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}\right\}$, $E_2 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}4\\1\\0\end{pmatrix}\right\}$,

$E_{-1} = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}-\frac{2}{9}\\ \frac{4}{9}\\1\end{pmatrix}\right\}$.

17. $\lambda = 3, 1, 2$, $E_3 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$, $E_1 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}1\\-4\\11\end{pmatrix}\right\}$,

$E_2 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}2\\-3\\7\end{pmatrix}\right\}$.

21. $\lambda = 1, 2, 3$, $E_1 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}3\\4\\6\end{pmatrix}\right\}$, $E_2 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}1\\3\\7\end{pmatrix}\right\}$,

$E_3 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}-1\\2\\3\end{pmatrix}\right\}$.

23. $\lambda = -5, -3$, $\lambda = 5$ con mult. algebraíca 2. $E_{-5} = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}0\\0\\-1\\1\end{pmatrix}\right\}$, $E_{-3} = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}-1\\4\\0\\0\end{pmatrix}\right\}$,

$E_5 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\2\\1\end{pmatrix}\right\}$ con mult. geométrica 2.

8.2 Un modelo de crecimiento de población (opcional)

8.3 Matrices semejantes y diagonalización

15. Si, $C = \begin{pmatrix}-4 & 1 & -8\\ -1 & 0 & -3\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$, $C^{-1}AC = \begin{pmatrix}3 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$.

25. $D^{20} = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$.

8.4 Matrices simétricas y diagonalización ortogonal

1. $Q = \begin{pmatrix}-\frac{1+5\sqrt{2}}{7a} & -\frac{1-5\sqrt{2}}{7b}\\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b}\end{pmatrix}$, $a = \frac{\sqrt{20\sqrt{2}+100}}{7}$,

$b = \frac{\sqrt{100-20\sqrt{2}}}{7}$, $Q^{\top}AQ = \begin{pmatrix}3-5\sqrt{2} & 0\\ 0 & 3+5\sqrt{2}\end{pmatrix}$.

8.5 Formas cuadráticas y secciones cónicas

5. $\begin{pmatrix}3 & \frac{3}{2}\\ \frac{3}{2} & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = 6$, $Q = \begin{pmatrix}0.9637 & -0.2669\\ 0.2669 & 0.9637\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}\frac{1+\sqrt{34}}{2} & 0\\ 0 & \frac{1-\sqrt{34}}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix} = 6$, hipérbola, $\theta = 15.4819°$.

23. $(x')^2 + \sqrt{3}(y')^2 - \sqrt{3}(z')^2 = 4$

35. Indefinida.

37. Negativa definida.

8.6 Forma canónica de Jordan

3. Si.

7. Si.

11. Si.

13. Si.

15. No.

25. $C = \begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$, $J = \begin{pmatrix}-4 & 1 & 0\\ 0 & -4 & 1\\ 0 & 0 & -4\end{pmatrix}$.

31. $\begin{pmatrix}2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -2 & 1\\ 0 & 0 & 0 & -2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -2 & 1\\ 0 & 0 & 0 & -2\end{pmatrix}$.

33. $\begin{pmatrix}4 & 0 & 0\\ 0 & 4 & 0\\ 0 & 0 & 4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4 & 1 & 0\\ 0 & 4 & 0\\ 0 & 0 & 4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4 & 1 & 0\\ 0 & 4 & 1\\ 0 & 0 & 4\end{pmatrix}$.

35. $\begin{pmatrix}e & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & e & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & e & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & e & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & e\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}e & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & e & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & e & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & e & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & e\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}e & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & e & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & e & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & e & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & e\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}e & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & e & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & e & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & e & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & e\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}e & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & e & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & e & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & e & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & e\end{pmatrix}$.

8.7 Una aplicación importante: forma matricial de ecuaciones diferenciales

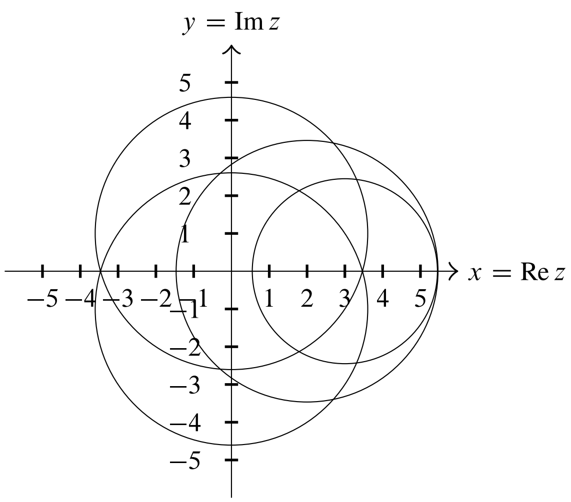
21. $x(t) = e^t - te^t$.

23. $x(t) = -\frac{8}{\sqrt{7}} e^{\frac{3t}{8}} \text{ sen } \left(\frac{\sqrt{7}}{8} t \right)$.

25. $x(t) = 2e^{-\frac{t}{3}} - e^{\frac{t}{3}}$.

8.8 Una perspectiva diferente: los teoremas de Cayley-Hamilton y Gershgorin

7. $p(\lambda) = \lambda^3 - 4\lambda^2 + 3\lambda - 4$. $A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 4 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

13. 

.

$6 > \text{Re}\,\lambda > -4$, $5 > \text{Im}\,\lambda > -5$

Ejercicios de repaso

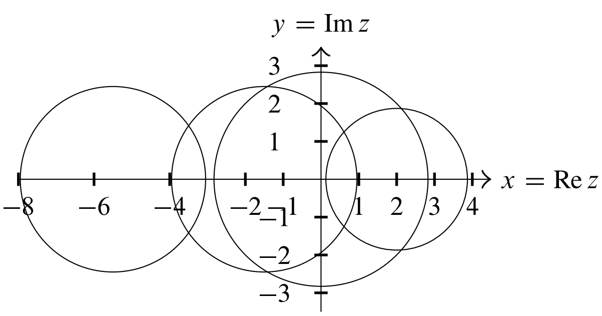
7. $\lambda = -10, 3 - \sqrt{33}, 3 + \sqrt{33}$. $E_{-10} = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix} -10 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}\right\}$, $E_{3-\sqrt{33}} = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix} 4\sqrt{33}+24 \\ -\frac{3\sqrt{33}+19}{4} \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$, $E_{3+\sqrt{33}} = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix} -4\sqrt{33}+24 \\ \frac{3\sqrt{33}-19}{4} \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$

3. $\lambda = 0$, mult. algebraíca 2; $\lambda = 1, -1$. $E_0 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -12 \\ 3 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix}\right\}$, $E_1 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$, $E_{-1} = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$.

11. $Q = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{5}-1}{2a} & \frac{-sqrt5-1}{2b} \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} \end{pmatrix}$, $a = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}$, $b = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}$.

23. $8(y')^2 = 16$. Dos rectas

27. $5.1563(x')^2 - 0.5254(y')^2 + 0.3691(z')^2 = 1$

35. 

.

$4 > \text{Re}\,\lambda > -8$, $3 > \text{Im}\,\lambda > -3$