

Prefacio v

Proyectos xvii

Proyecto para la sección 2.2 *Cuando las ecuaciones diferenciales invadieron la geometría: Problemas de la tangente inversa en el siglo xvii* xvii

Proyecto para la sección 2.5 *Dos propiedades de la esfera* xix

Proyecto para la sección 2.7 *Fechamiento de potasio-argón* xxi

Proyecto para la sección 2.8 *Tiempo engañoso: isócronas de Huygens y Leibniz* xxii

Proyecto para la sección 3.8 *Control de la vibración: aislamiento de la vibración* xxiv

Proyecto para la sección 3.11 *Control de la vibración: absorbedores de la vibración* xxvi

Proyecto para la sección 11.4 *Formación de ondas: convección, difusión y flujo de tráfico* xxix

Proyecto para la sección 13.4 *La desigualdad de incertidumbre en el procesamiento de señales* xxxii



PARTE 1 Ecuaciones diferenciales ordinarias 1

1 Introducción a las ecuaciones diferenciales 2

1.1 Definiciones y terminología 3

1.2 Problemas de valor inicial 11

1.3 Ecuaciones diferenciales como modelos matemáticos 17

Ejercicios de repaso 29

- 2.1** Curvas solución sin solución 32
 - 2.1.1** Campos de direcciones 32
 - 2.1.2** Ecuaciones diferenciales autónomas de primer orden 34
- 2.2** Ecuaciones separables 41
- 2.3** Ecuaciones lineales 47
- 2.4** Ecuaciones exactas 55
- 2.5** Soluciones por sustitución 61
- 2.6** Un método numérico 65
- 2.7** Modelos lineales 69
- 2.8** Modelos no lineales 79
- 2.9** Modelación con sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden 87
- Ejercicios de repaso 93

- 3.1** Teoría: ecuaciones lineales 98
 - 3.1.1** Problemas de valor inicial y de valores en la frontera 98
 - 3.1.2** Ecuaciones homogéneas 100
 - 3.1.3** Ecuaciones no homogéneas 105
- 3.2** Reducción de orden 109
- 3.3** Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes 112
- 3.4** Coeficientes indeterminados 119
- 3.5** Variación de parámetros 128
- 3.6** Ecuación de Cauchy-Euler 133
- 3.7** Ecuaciones no lineales 138
- 3.8** Modelos lineales: problemas de valor inicial 143
 - 3.8.1** Sistemas resorte-masa: movimiento libre no amortiguado 143
 - 3.8.2** Sistemas resorte-masa: movimiento libre amortiguado 146

3.8.3	Sistemas resorte-masa: movimiento forzado	149
3.8.4	Analogía con los circuitos en serie	152
3.9	Modelos lineales: problemas de valores en la frontera	158
3.10	Funciones de Green	166
3.10.1	Problemas de valor inicial	167
3.10.2	Problemas de valores en la frontera	173
3.11	Modelos no lineales	177
3.12	Resolución de sistemas de ecuaciones lineales	186
	Ejercicios de repaso	193

4 La transformada de Laplace 196

4.1	Definición de la transformada de Laplace	197
4.2	La transformada inversa y transformadas de derivadas	202
4.2.1	Transformadas inversas	202
4.2.2	Transformadas de derivadas	204
4.3	Teoremas de traslación	210
4.3.1	Traslación en el eje s	210
4.3.2	Traslación en el eje t	213
4.4	Propiedades operacionales adicionales	220
4.4.1	Derivadas de transformadas	220
4.4.2	Transformadas de integrales	222
4.4.3	Transformada de una función periódica	226
4.5	La función delta de Dirac	230
4.6	Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales	233
	Ejercicios de repaso	238

5 Soluciones en serie para ecuaciones diferenciales lineales 241

5.1	Soluciones en torno a puntos ordinarios	242
5.1.1	Repaso de las series de potencias	242
5.1.2	Soluciones en series de potencias	244
5.2	Soluciones en torno a puntos singulares	251
5.3	Funciones especiales	260
5.3.1	Funciones de Bessel	260
5.3.2	Funciones de Legendre	267
	Ejercicios de repaso	272

Soluciones numéricas a ecuaciones diferenciales ordinarias 274

- 6.1 Métodos de Euler y análisis de errores 275
- 6.2 Métodos de Runge-Kutta 279
- 6.3 Métodos de varios pasos 284
- 6.4 Ecuaciones y sistemas de orden superior 286
- 6.5 Problemas de valores en la frontera de segundo orden 290
- Ejercicios de repaso 294

PARTE 2 Matrices 295

Matrices 296

- 7.1 Álgebra matricial 297
- 7.2 Sistemas de ecuaciones algebraicas lineales 305
- 7.3 Rango de una matriz 315
- 7.4 Determinantes 320
- 7.5 Propiedades de los determinantes 326
- 7.6 Inversa de una matriz 332
 - 7.6.1 Cálculo de la inversa 332
 - 7.6.2 Utilización de la inversa para resolver sistemas 338
- 7.7 Regla de Cramer 342
- 7.8 El problema del valor propio 345
- 7.9 Potencias de las matrices 350
- 7.10 Matrices ortogonales 354
- 7.11 Aproximación de valores propios 361
- 7.12 Diagonalización 368
- 7.13 Criptografía 376
- 7.14 Código corrector de errores 380
- 7.15 Método de los mínimos cuadrados 385
- 7.16 Modelos discretos de compartimiento 388
- Ejercicios de repaso 392





PARTE 3 Sistemas de ecuaciones diferenciales 395

8

Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales 396

- 8.1 Teoría de sistemas lineales 397
- 8.2 Sistemas lineales homogéneos 403
 - 8.2.1 Valores propios reales distintos 404
 - 8.2.2 Valores propios repetidos 407
 - 8.2.3 Valores propios complejos 411
- 8.3 Solución mediante diagonalización 416
- 8.4 Sistemas lineales no homogéneos 418
 - 8.4.1 Coeficientes indeterminados 418
 - 8.4.2 Variación de parámetros 420
 - 8.4.3 Diagonalización 423
- 8.5 Matriz exponencial 425
 - Ejercicios de repaso 429

9

Sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales 431

- 9.1 Sistemas autónomos 432
- 9.2 Estabilidad de los sistemas lineales 438
- 9.3 Linealización y estabilidad local 445
- 9.4 Sistemas autónomos como modelos matemáticos 454
- 9.5 Soluciones periódicas, ciclos límite y estabilidad global 461
 - Ejercicios de repaso 469



PARTE 4 Ecuaciones diferenciales parciales 471

10

Funciones ortogonales y series de Fourier 472

- 10.1 Funciones ortogonales 473
- 10.2 Series de Fourier 478
- 10.3 Series de Fourier de cosenos y senos 482
- 10.4 Series complejas de Fourier 489

- 10.5** Problema de Sturm-Liouville 492
- 10.6** Series de Bessel y de Legendre 499
 - 10.6.1** Serie de Fourier-Bessel 499
 - 10.6.2** Serie de Fourier-Legendre 502
- Ejercicios de repaso 505

11

Problemas de valores en la frontera en coordenadas rectangulares 506

- 11.1** Ecuaciones diferenciales parciales separables 507
- 11.2** Ecuaciones clásicas y problemas de valores en la frontera 510
- 11.3** La ecuación de calor 515
- 11.4** La ecuación de onda 518
- 11.5** La ecuación de Laplace 523
- 11.6** Problemas de valores en la frontera no homogéneos 528
- 11.7** Desarrollos en series ortogonales 534
- 11.8** Serie de Fourier con dos variables 538
- Ejercicios de repaso 541

12

Problemas de valores en la frontera en otros sistemas coordenados 543

- 12.1** Problemas en coordenadas polares 544
- 12.2** Problemas en coordenadas cilíndricas 548
- 12.3** Problemas en coordenadas esféricas 555
- Ejercicios de repaso 558

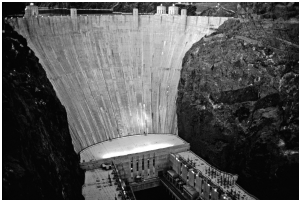
13

Método de la transformada integral 560

- 13.1** Función de error 561
- 13.2** Aplicaciones de la transformada de Laplace 562
- 13.3** Integral de Fourier 570
- 13.4** Transformadas de Fourier 575
- 13.5** Transformada rápida de Fourier 580
- Ejercicios de repaso 589

14**Soluciones numéricas de ecuaciones
diferenciales parciales 591**

- 14.1 La ecuación de Laplace 592**
- 14.2 La ecuación de calor 597**
- 14.3 La ecuación de onda 602**
- Ejercicios de repaso 605**

**PARTE 5 Análisis complejo 607****15****Funciones de una variable compleja 608**

- 15.1 Números complejos 609**
- 15.2 Potencias y raíces 612**
- 15.3 Conjuntos en el plano complejo 617**
- 15.4 Funciones de una variable compleja 619**
- 15.5 Ecuaciones de Cauchy-Riemann 624**
- 15.6 Funciones exponenciales y logarítmicas 628**
- 15.7 Funciones trigonométricas e hiperbólicas 634**
- 15.8 Funciones trigonométricas e hiperbólicas inversas 638**
- Ejercicios de repaso 640**

16**Integración en el plano complejo 642**

- 16.1 Integrales de contorno 643**
- 16.2 Teorema de Cauchy-Goursat 648**
- 16.3 Independencia de la trayectoria 652**
- 16.4 Fórmulas integrales de Cauchy 657**
- Ejercicios de repaso 662**

17**Series y residuos 664**

- 17.1 Sucesiones y series 665**
- 17.2 Serie de Taylor 669**
- 17.3 Serie de Laurent 674**

17.4	Ceros y polos	681
17.5	Residuos y teorema del residuo	684
17.6	Cálculo de integrales reales	689
	Ejercicios de repaso	696
	Apéndice I	Fórmulas de derivadas e integrales APÉ-2
	Apéndice II	Función gamma APÉ-4
	Apéndice III	Tabla de transformadas de Laplace APÉ-6
	Apéndice IV	Transformaciones conformes APÉ-9
	Respuestas a los problemas seleccionados de número impar	RESP-1
	Índice analítico	ÍND-1