Capitolo 6
Soluzioni ai problemi

1. Se il valore di soglia per negare l'ingresso è di 80, e se coloro che negano l'ingresso sono uniformemente distribuiti tra 80 e 100, la nostra migliore stima dell'indice di disordine di qualcuno che non ci lascia entrare in casa sua è 90. La soglia però non sarà stabile. Alcuni di coloro il cui appartamento ha un indice di disordine compreso tra 80 e 90 avranno un buon motivo per lasciar entrare la gente in casa, per evitare che si pensi che l'indice di disordine del loro appartamento è 90. Una soglia di 90 sarebbe ugualmente instabile per lo stesso motivo, così come qualsiasi altra soglia inferiore a 100. In pratica, il fatto che alcuni rifiutino di lasciar entrare estranei a vedere i loro disordinatissimi appartamenti sembra indicare che la visione dello stato reale del loro appartamento danneggerebbe la loro immagine più delle peggiori speculazioni astratte dei loro visitatori.

2. Una caratteristica saliente dei maschi diciottenni è di avere un tasso di incidenti automobilistici superiore a quello di tutti gli altri gruppi. Una compagnia che facesse pagare ai maschi diciottenni lo stesso premio che fa pagare agli altri dovrebbe allora aumentare l'entità dei premi rispetto a quello che le altre compagnie fanno pagare agli altri gruppi. Non si capisce allora perché questi ultimi dovrebbero continuare a servirsi di questa compagnia. Alla fine, la compagnia dovrebbe richiedere premi abbastanza alti da coprire le perdite attese dei membri del gruppo a più alto rischio.

3. Se tutti i consumatori attribuiscono alle automobili non difettose un valore di € 6000 e le automobili usate sono in vendita a soli € 1000, sul mercato dell'usato sparirebbero le automobili non difettose. Le uniche automobili usate offerte in vendita sarebbero difettose, perciò sapremmo che il valore che i consumatori attribuiscono a una macchina difettosa dev'essere esattamente € 1000. Dato che i consumatori sono neutrali rispetto al rischio, il valore atteso di un'automobile nuova, E_n, è semplicemente la somma dei valori attesi delle automobili difettose e non difettose:

   $E_n = (1 - d)(6000) + d(6000) = 4000$, che si risolve per $d = 0{,}4$.

4. Il valore atteso di una motocicletta nuova (E_n) è pari a $E_n = 9000 = (1 - d)1000 + dX$, dove X è il prezzo di una motocicletta non difettosa e d è la quota di motociclette difettose, pertanto: $9000 = 0{,}8X + 0{,}2(1000)$, che si risolve per $X =$ € 11 000.

5. Voi sapete che la vostra automobile non è un bidone; ma se cercate di venderla il mercato penserà che lo sia e quindi non riuscirete a ricavarne il pieno valore. Pertanto vi conviene far riparare l'auto.

6. Dato che gli assistenti sociali percepiscono retribuzioni molto basse rispetto al loro livello di istruzione, sembra ragionevole inferire che abbiano scelto quel lavoro per motivi diversi dal denaro. E se il motivo principale per barare alle carte è il guadagno monetario, ne consegue che è poco verosimile che un assistente sociale bari. Nel caso di un venditore di auto usate, al contrario, tale presunzione di correttezza non è applicabile. Anzi, c'è motivo di credere che la sua capacità di dissimulare sia una delle ragioni del suo successo professionale.

7. La laurea è per il datore di lavoro un indice della capacità intellettuale del dipendente. Si ipotizzi che tale capacità sia compresa tra 0 e *S*. Gli unici costi dell'istruzione sono i costi monetari e la difficoltà di passare gli esami, che rappresenta un costo inferiore per gli studenti più intelligenti. Quindi tra due persone con lo stesso livello di reddito è probabile che sia il più intelligente ad avere il grado di istruzione più elevato. All'inizio del secolo scorso, supponiamo che il diplomato medio avesse un livello di capacità intellettuali pari a S_D e il laureato medio di N_L, dove $S_L > S_D$. Dato che il costo monetario medio dell'istruzione da allora è diminuito, la quota di persone istruite è aumentata, specialmente quella delle per- sone intelligenti ma che prima non potevano permettersi di accedere all'univer-
sità. Quindi i migliori diplomati ora riescono a laurearsi. Supponiamo che il livello medio di capacità intellettuali di un diplomato oggi sia N_D e quello di un laureato sia N_L. Pertanto $N_D < S_D$ e $N_L < S_L$. Di questi quattro valori, il più elevato sarà S_L e il più basso sarà N_D, ma non conosciamo esattamente la relazione tra S_D e N_L. Se $N_L < S_D$, allora le banche potrebbero avere motivo di elevare i requi- siti in termini di istruzione.

8. Il valore atteso dell'esito di un lancio di un dado a sei facce è:

   $EV = (1/6)(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 21/6 = 3{,}5$.

9. Il valore atteso della lotteria è dato da:

   $EV = (1/4)(20) + (1/4)(9) + (1/4)(–7) + (1/4)(–16) = + 1{,}5$.

10. L'utilità attesa (*EU*) è data da:

$$EU = (1/4)\sqrt{36} + (1/4)\sqrt{25} + (1/4)\sqrt{9} + (1/4)\sqrt{0} = 6/4 + 5/4 + 3/4 = 3{,}5.$$

La vostra utilità se non accettate il gioco sarà non accettare $\sqrt{16} = 4$; pertanto non vi conviene giocare.

11. *a*) 40% con probabilità 0,3
   –100% con probabilità 0,2
   10% con probabilità 0,5.
   Tasso di interesse atteso = 0,3(0,4) + 0,2(–1) + 0,5(0,1) = –0,03 = –3%.

   b) Utilità attesa dei titoli di Stato = $(1{,}08 \times 10\,000)^2 = 116\,640\,000$.
   Utilità attesa dei *junk bond* = $0{,}3(1{,}4 \times 10\,000)^2 + 0{,}2(0)^2 + 0{,}5(1{,}1 \times 10\,000)^2$ $= 119\,300\,000$.
   Vi conviene pertanto investire nei *junk bond*.

   c) Utilità attesa dei titoli di Stato = $\sqrt{(1{,}08 \times 10\,000)^2} = 103{,}92$.

   Utilità attesa dei *junk bond* = $0{,}3\sqrt{(1{,}4 \times 10\,000)^2} + 0{,}2\sqrt{0} + 0{,}5\sqrt{(1{,}1 \times 10\,000)^2}$ $= 87{,}94$.
   In questo caso vi conviene pertanto investire nei titoli di Stato.

12. La vostra utilità attesa se vi tenete il biglietto della lotteria sarà:

$\sqrt{10\,525} = 102{,}59$. con sicurezza la stessa utilità è:

$$\sqrt{10\,525} = 102{,}59.$$

   Pertanto sarete disposti a vendere il biglietto per € 2,59.

13. La vostra utilità attesa se decidete di assicurarvi sarà:

$$0{,}99999\sqrt{400\,000} = 632{,}449.$$

Il livello di ricchezza che vi garantisce la stessa utilità è:

$(632{,}449)^2 = 399\,992$.

Pertanto sarete disposti a pagare per assicurarvi € 400 000 – 399 992 = € 8.

14. L'utilità attesa del fattore se compie un solo viaggio sarà:

$EU_1 = 1/2\ \sqrt{100}\ + 1/2\ \sqrt{0} = 5.$

Se compie due viaggi ci sono quattro esiti ugualmente probabili:

	Primo viaggio	Secondo viaggio	Reddito	Probabilità
1.	0 rotture	0 rotture	100	1/4
2.	500 rotture	0 rotture	50	1/4
3.	0 rotture	500 rotture	50	1/4
4.	500 rotture	500 rotture	0	1/4

$$EU_2 = 1/4\sqrt{100} + 1/4\sqrt{50} + 1/4\sqrt{50} + 1/4\sqrt{0} = 2,5 + 1,77 + 1,77 = 6,04.$$

Pertanto è meglio compiere due viaggi invece di uno anche se il numero atteso di uova rotte è lo stesso in entrambi i casi.

15. *a*) Il valore atteso della lotteria è = (1/2)15 – (1/2)13 = 1,0.
b) L'utilità attesa è = $(1/2)\sqrt{64} + 1/2\sqrt{36} = 4 + 3 = 7.$
c) Valore atteso = 0.
Utilità attesa = $(1/2)\sqrt{64} + 1/2\sqrt{34} = 4 + 5,83/2 = 6,91.$
Se invece non giocate, $U = 7$.
d) Supponiamo che x = il massimo che siete disposti a pagare pur di non dover giocare. Allora:

$\sqrt{(49 - x)} = 6,91$

$49 - x = 47{,}75$

$x = 1{,}25.$

16. *a*) Utilità attesa = $\left(\sqrt{144}\right)/2+\left(\sqrt{81}\right)/2=10,5<\sqrt{111}=10,536$, perciò Bianchi non effettuerà l'investimento.

b) Con due soci alle stesse condizioni, l'utilità attesa diventa:

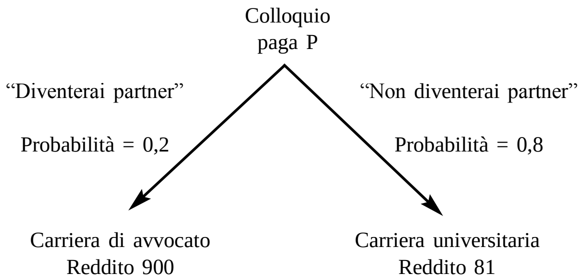
$$\left[\sqrt{(111+11)}\right]/2+\left(\sqrt{101}\right)/2=10,55>\sqrt{111}.$$

Perciò in questo caso Bianchi effettuerà l'investimento.

17. L'utilità attesa, in assenza di questa informazione, sarà:

$$\max\left[\sqrt{81},\ (0,2\sqrt{900}+0,8\sqrt{25})\right]=\max(9,\ 10)=10.$$

Quindi, senza tale informazione sceglierà di diventare un avvocato.
Si supponga che l'informazione abbia un costo *P* (si veda schema sottostante).



L'utilità attesa, una volta in possesso di questa informazione, diventerà:

$$0,2\sqrt{900-P}+0,8\sqrt{(81-P)}.$$

Ponendo utilità attesa senza informazione = utilità attesa con informazione = 10 e risolvendo per *P*, si ottiene *P* = 53,68. Per qualsiasi tariffa inferiore a questa cifra, Andrea farebbe bene a consultare Emanuele.

18. Si supponga che Emanuele applichi la politica di far pagare i clienti solo se li consiglia di diventare avvocati, e si ipotizzi anche che non menta mai perché ci tiene a mantenere una buona reputazione. Pertanto fa pagare € *p* con probabilità 0,2 e € 0 con probabilità 0,8. Il massimo ammontare che Andrea sarà disposto a pagare a queste condizioni sarà dato da:

Utilità attesa senza informazione = utilità attesa con informazione

$0,2\sqrt{900-p}+0,8\sqrt{81}=10$ che si risolve per p = € 704.

Quindi Emanuele guadagnerebbe molto di più se applicasse questa politica!

19. *a*) Per il gruppo 1 il prezzo di riserva dell'assicurazione si ottiene risolvendo:

$\sqrt{(100 - x_1)} = 0,5\sqrt{100} + 0,5\sqrt{64} = 9$, che dà $x_1 = 19$.

Per il gruppo 2 avremo:

$\sqrt{(100 - x_2)} = 0,9\sqrt{100} + 0,1\sqrt{64} = 9,8$, che dà $x_2 = 3,96$.

b) Se i membri dei due gruppi sono indistinguibili, una compagnia di assicurazione dovrà far pagare lo stesso premio a tutti. Se i due gruppi di assicurati avessero lo stesso numero di membri, tale premio dovrebbe coprire la perdita attesa che è:

[(0,5)(36) + (0,1)(36)]/2 = 10,8.

Dato che questo valore supera il prezzo di riserva dei membri del gruppo 2, nessuno di loro si assicurerà. Dato che gli unici assicurati resteranno quelli del gruppo 1, il premio dovrà aumentare a 18 per coprire la perdita attesa dei membri di tale gruppo.

c) Se una compagnia adottasse il test suddetto, e il test dicesse che quella persona appartiene al gruppo 2, il guadagno atteso dal fatto di assicurare quella persona sarebbe:

$x(0,1)(36) + (1 - x)(0,5)(36) = 18 - 14,4x$.

Ponendo tale guadagno atteso uguale al prezzo di riserva del gruppo 2 abbiamo:

$18 - 14,4x = 3,96$, o $x = 0,975$.

Quindi il test dovrebbe avere una precisione pari a 97,5% perché un membro del gruppo 2 trovi accettabile l'ipotesi di assicurarsi.

20. *a*) Supponiamo che x_1 sia il prezzo di riserva dei membri del gruppo 1. x_1 deve soddisfare l'equazione:

$$\sqrt{(144 - x_1)} = 0,5\sqrt{100} + 0,5\sqrt{144} = 11,$$

che si risolve per $x_1 = 23$. Il prezzo di riserva del gruppo 2 deve soddisfare invece l'equazione:

$\sqrt{(144 - x_2)} = 0,1\sqrt{100} + 0,9\sqrt{144} = 11,8$, che si risolve per $x_2 = 4,76$.

b) Il premio massimo che una compagnia di assicurazione può richiedere senza perdere i membri del gruppo 2 è x_2 = 4,76. Supponiamo che *p* sia la quota dei membri del gruppo 1 nella riserva di potenziali clienti. Se il premio è abba- stanza basso da attirare i membri del gruppo 2, attirerà necessariamente anche i membri del gruppo 1. I guadagni attesi assicurando i membri dei due gruppi, indicati con B_1 e B_2, sono dati da B_1 = 0,5(44) = 22 e B_2 = 0,1(44) = 4,4. Il guadagno atteso per cliente, *B*, è quindi una media ponderata di questi due guadagni attesi, dove i pesi sono rappresentati dalla quota relativa dei due grup- pi all'interno della popolazione di clienti: $B = p(22) + (1 - p)(4,4) = 4,4 +$
$17,6p$. Ponendo questo guadagno atteso uguale al prezzo di riserva x_2, abbiamo $4,4 + 17,6p = 4,76$, che si risolve per $p = 0,36/17,6 = 0,02$. Pertanto, se la quota dei membri del gruppo 1 all'interno della riserva di potenziali clienti è maggiore del 2%, sarà impossibile assicurare i membri del gruppo 2.

21. Indichiamo con *M* la ricchezza iniziale di Rossi, e con *U* la sua funzione di uti- lità.
Se preferisce *A* a *B* ⇒

$U_A = U(M + 100) > EU_B = 0,8U(M + 150) + 0,2U(M)$. Se preferisce *D* a *C* ⇒

$EU_D = 0,4U(M + 150) + 0,6U(M) > EU_C = 0,5U(M + 100) + 0,5U(M)$. Riordinando i termini dell'ultima

disuguaglianza avremo:

$0,5U(M + 100) < 0,4U(M + 150) + 0,1U(M)$. Dividendo entrambi i lati per

0,5 otteniamo: $U(M + 100) < 0,8U(M + 150) + 0,2U(M)$,

che inverte la disuguaglianza implicita nella scelta di *A* piuttosto che *B*, da cui emerge l'incoerenza delle scelte di Rossi.

22.
a) Il valore atteso dell'investimento è EV= (½)16+(½)100=58. b) L'utilità attesa dell'investimento è EU=(½)$16^{0,5}$+(½)$100^{0,5}$=7
c) L'utilità del reddito se non investe è U=$36^{0,5}$=6, per cui il risparmiatore decide di investire.

23.
a) Il valore atteso dell'investimento è identico e pari a 58.
b) L'utilità attesa dell'investimento è EU=(½)16+(½)100=58
c) L'utilità del reddito se non investe è U=36, per cui il risparmiatore decide comunque di investire.

24.
a) L'utilità attesa se Francesca non vende l'attività è EU=(½)$(10+90)^{0,5}$+(½)$(10+26)^{0,5}$=8. Se viceversa l'attività viene venduta per 39, l'utilità è U=$(10+39)^{0,5}$=7. Di conseguenza Francesca non dovrebbe vendere l'attività.
b) Il prezzo minimo al quale Francesca è disposta a vendere la sua attività viene determinato risolvendo l'equazione $(10+X)^{0,5}$=8, ovvero X=54.

25.
a) L'utilità attesa se Eleonora decide di diventare consulente aziendale è: EU=0,75(500-100/60)+0,25(500-100/20)=497,5
Se viceversa Eleonora decide di diventare contabile, la sua utilità è:
EU=(500-100/25)=496
Di conseguenza Francesca decide di diventare consulente aziendale.
b) Il prezzo massimo che Eleonora è disposta a pagare per avere l'informazione lo si desume risolvendo l'equazione:

0,75(500-100/(60-X))+0,25(500-100/(20-X))=497,5 vale a dire per X=6972 euro.