Capitolo 7
Soluzioni ai problemi

1. Indichiamo con r_F la quota di amichevoli (F) all'interno della popolazione, in modo che $1 - r_F$ indichi la percentuale di aggressivi (A). Dato che entrambi i tipi interagiscono in modo casuale con gli altri membri della popolazione, il *payoff* atteso degli amichevoli sarà dato da:

$E(X|F) = 3r_F + 1(1 - r_F) = 1 + 2r_F$.

Il corrispondente *payoff* per gli aggressivi sarà invece:

$E(X|A) = 5r_F + 0(1 - r_F) = 5r_F$.

La composizione della popolazione è in equilibrio quando i *payoff* attesi dei due tipi sono uguali. Se r_F* indica la percentuale di amichevoli di equilibrio, avremo:

$1 + 2r_F^* = 5r_F^*$,

che si risolve per $r_F^* = 1/3$. La quota di equilibrio degli aggressivi sarà quindi 2/3.

2. *a*) In primo luogo dobbiamo stabilire se ai C conviene acquistare gli occhiali. Se è nell'interesse di chiunque di loro, sarà nell'interesse di tutti. Se tutti i C avran- no questi occhiali, possono individuarsi reciprocamente e interagire in modo selettivo, lasciando i D a interagire fra loro. In tal caso, il *payoff* di ciascun C sarà 6-1=5. Se i C non acquistano gli occhiali, interagiranno in modo casuale con tutti i membri della popolazione. Se r_C denota la percentuale di C nella popolazione, il loro *payoff* atteso nel caso che non acquistino gli occhiali sarà:

$E(X|C$, senza occhiali$) = r_C 6 + (1 - r_C)0 = 6r_C$.

Ponendo il *payoff* atteso dei C in caso di acquisto di occhiali uguale al loro *payoff* atteso nel caso che non li acquistino, otterremo il livello di *break-even* di r_C:

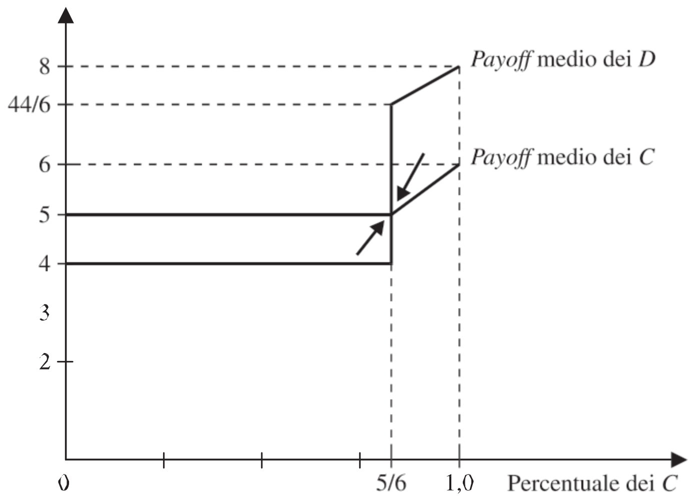
$r_C' = 5/6$.

Per $r_C < 5/6$, i C hanno un *payoff* atteso superiore se acquistano gli occhiali. Per $r_C > 5/6$, i C avranno un *payoff* atteso semplicemente affidandosi al caso. Per $r_C < 5/6$, i C avranno gli occhiali, per cui i D saranno obbligati a intera- gire tra loro ottenendo un *payoff* di 4. Tuttavia, quando $r_C > 5/6$, i C non com- preranno più occhiali e il *payoff* atteso dei D diventerà:

$E(X|D$, se i C non comprano occhiali$) = r_C 8 + (1 - r_C)4 = 4 + 4r_C$.

Copyright © 2017 – McGraw-Hill Education (Italy)

Pertanto il *payoff* medio dei *C* sarà superiore a quello dei *D* quando r_C < 5/6, mentre quello dei *D* sarà superiore quando r_C > 5/6, come mostra il diagram- ma della figura qui sotto.

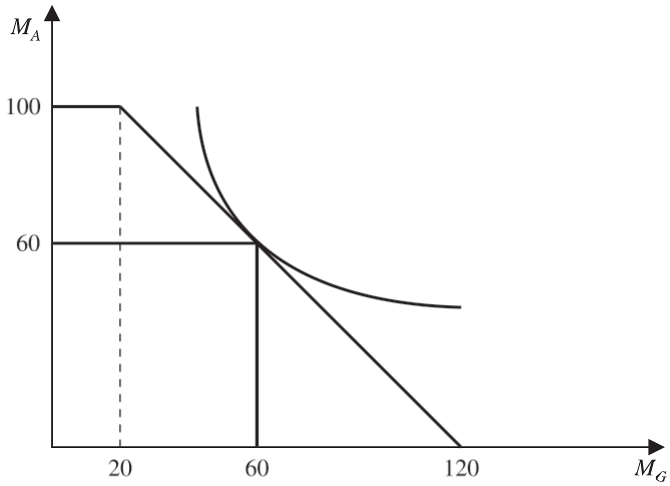


Il risultato è che se si parte da un valore di r_C > 5/6, la percentuale dei *C* nel- la popolazione scenderà fino a 5/6, perché il tasso di espansione demografica dei *D* sarà superiore a quello dei *C*. Se invece partiamo da r_C < 5/6, la percentuale dei *C* salirà fino ad arrivare a 5/6.

b) Se ogni *D* ricevesse un *payoff* di 5,5 interagendo con altri *D*, il *payoff* dei *D* sarebbe comunque più alto per qualsiasi composizione della popolazione per cui i *C* prima o poi si estinguerebbero.

3. Per un dato reddito totale per entrambi, la funzione di utilità di Alfonso, $U_A = M_A M_G$, sarà massimizzata quando $M_A = M_G$, come nell'Esempio 7.1. Dato il vincolo di bilancio di Alfonso (si veda il diagramma della figura qui sotto), ciò si verifica quando $M_A = M_G = 60$. Perciò Alfonso donerà a Gastone 40 unità delle sue 100 iniziali.

Copyright © 2017 – McGraw-Hill Education (Italy)



4. Se i due non realizzano il progetto, ciascuno avrà un livello di utilità di $10^2/10$ = 10. Se lo realizzano e Andrea riceve *P*, Bruno riceverà 10 – *P*. La ricchezza totale di Andrea diventerà allora 10 + *P*, quella di Bruno 20 – *P*. Il valore minimo accettabile di *P* per Andrea dovrà soddisfare:

   $U_A = (10 - P)^2/(20 - P) = 10.$

   Risolvendo per *P* avremo:

   $P = 3{,}028.$

   Dato che il problema è simmetrico, questo è anche il guadagno minimo che sarebbe accettabile per Bruno. E dato che il guadagno totale ricavabile dal progetto è più che sufficiente a ciascuno dei due per arrivare a 3,028, il progetto verrà realizzato. (Si verifichi, per esempio, che se ciascuno dei due riceve 5 ognuno starà meglio di prima.)

5. Se Bruno accetta l'offerta di Andrea di 1 unità, la sua utilità sarà:

   $U_B = (10 - 1)^2 = 121.$

   Se rifiuta, il suo livello di utilità sarà solo 10^2 = 100, per cui accetterà l'offerta.

Copyright © 2017 – McGraw-Hill Education (Italy)

Non ha senso rifiutare nella speranza di concludere un accordo migliore, dato che se Andrea desse a Bruno più di 1 unità il contratto gli richiederebbe di darne 20 per una causa che non approva, il che farebbe scendere la sua utilità al di sotto del livello iniziale.

6. Il vantaggio è che se le nazioni ostili conoscono questa propensione del leader per la rappresaglia è meno probabile che decidano di aggredire per primi. Lo svantaggio di avere un leader del genere è che può decidere di impegnarsi in una rappresaglia dal costo elevato anche in seguito a un atto di aggressione involontario da parte di un Paese ostile.

7. Supponiamo che t rappresenti il tempo che bisogna passare in coda in attesa di votare al seggio, misurato in ore. Pertanto il tempo complessivo richiesto per vota- re, compreso il viaggio, è pari a (t + 1/3) ore. Dato che Franco può guadagnare
€ 30/ora lavorando, il costo opportunità di votare è pari a (30t + 10) €. E dato che riceve 3 unità di utilità da ciascuna unità di consumo del bene composito, il costo opportunità di votare in termini di utilità diventa 90t + 30. Dal lato dei bene- fici, votando riceverà 60 unità. La lunghezza massima della coda che Franco è di- sposto ad accettare è data allora dal valore di t che rende uguali il costo e il bene- ficio di votare in termini di utilità. Tale valore di t si calcola risolvendo l'equa- zione 90t + 30 = 60, che dà t = 10/3 ore, o 200 minuti.

Copyright © 2017 – McGraw-Hill Education (Italy)