

Capitolo 8

Le curve di costo

Soluzioni dei Problemi

- 8.1 La Tabella è riportata sotto. Innanzitutto, poichè il costo fisso è indipendente dalla quantità, la colonna TFC può essere riempita facilmente. Procedendo riga per riga, è facile vedere che, per $Q = 1$, $TVC = TC - TFC = 80$; riempire il resto della riga è altrettanto semplice. Per $Q = 2$, $TC = TVC + TFC = 180$, e il resto segue facilmente. Per $Q = 3$, sappiamo solo che $TFC = 20$; quindi non possiamo dedurre nient'altro. Per $Q = 4$, $TC = Q \cdot AC = 380$. Possiamo quindi ottenere TVC e AVC; tuttavia, non possiamo calcolare MC poiché non conosciamo TC o TVC per $Q = 3$. Per $Q = 5$, il passo fondamentale è usare $MC(5) = TC(5) - TC(4)$ per calcolare $TC(5) = 550$. Per $Q = 6$, il passo fondamentale è $TVC = AVC \cdot Q = 720$.

Q	TC	TVC	TFC	AC	MC	AVC
1	100	80	20	100	80	80
2	180	160	20	90	80	80
3	-	-	20	-	-	-
4	380	360	20	95	-	90
5	550	530	20	110	170	106
6	740	720	20	123.3	190	120

- 8.2 Per completare questa Tabella è utile aggiungere la colonna del Costo Fisso Totale (TFC). Il TFC per $Q = 2$ è $2 \cdot 30 = 60$, e questo valore è lo stesso per ogni altro livello di output. Quindi, per $Q = 1$, sappiamo che $TC = AC \cdot Q = 100$, $TVC = TC - TFC = 40$ e il resto è chiaro. In modo simile possiamo riempire le righe per $Q = 2, 3, 4$, e 6 . Per $Q = 5$, dobbiamo usare il fatto che $MC(6) = TC(6) - TC(5)$ per dedurre $TC(5) = 250$. Il resto è semplice.

Q	TC	TVC	AFC	AC	MC	AVC	TFC
1	100	40	60	100	40	40	60
2	110	50	30	55	10	25	60
3	120	60	20	40	10	20	60
4	180	120	15	45	60	30	60
5	250	190	12	50	70	38	60
6	330	270	10	55	80	45	60

8.3 Partendo dalla condizione di tangenza, abbiamo

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}$$
$$\frac{K}{L} = \frac{2}{1}$$
$$K = 2L$$

Sostituendo nella funzione di produzione si ha

$$Q = LK$$
$$Q = L(2L)$$
$$L = \sqrt{\frac{Q}{2}}$$

Inserendo questo risultato nell'espressione di K di cui sopra, abbiamo

$$K = 2\sqrt{\frac{Q}{2}}$$

Infine, la sostituzione nell'equazione del costo totale dà come risultato

$$TC = 2\left(\sqrt{\frac{Q}{2}}\right) + 2\left(\sqrt{\frac{Q}{2}}\right)$$
$$TC = 4\left(\sqrt{\frac{Q}{2}}\right)$$
$$TC = \sqrt{8Q}$$

mentre il costo medio è dato da

$$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{\sqrt{8Q}}{Q}$$
$$AC = \sqrt{\frac{8}{Q}}$$

8.4

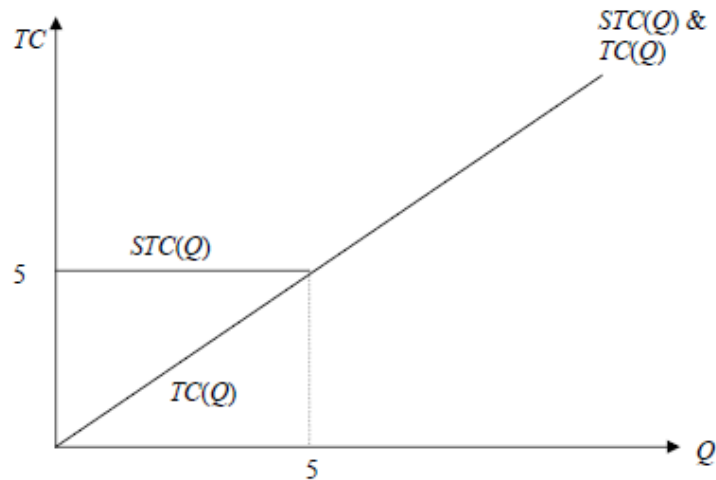
Q	TC	TVC	AFC	AC	MC	AVC
1	170	10	160	170	10	10
2	200	40	80	100	30	20
3	250	90	53.3	83.3	50	30
4	320	160	40	80	70	40
5	410	250	32	82	90	50
6	410	250	32	82	90	50

8.5

Q	TC	TVC	AFC	AC	MC	AVC
1	31	31	0	31	31	31
2	48	48	0	24	17	24
3	57	57	0	19	9	19
4	64	64	0	16	7	16
5	75	75	0	15	11	15
6	96	96	0	16	21	16

8.6 Dalla curva del costo totale, possiamo ricavare la curva del costo medio, $AC(Q) = 40 - 10Q + Q^2$. Il punto di minimo della curva AC è il punto per il quale essa interseca la curva del costo marginale, cioè $40 - 10Q + Q^2 = 40 - 20Q + 3Q^2$. Ciò implica che il AC è minimo per $Q = 5$. Per definizione, vi sono economie di scala quando la curva AC è decrescente (il che accade per $Q < 5$) e diseconomie quando è crescente (il che accade per $Q > 5$).

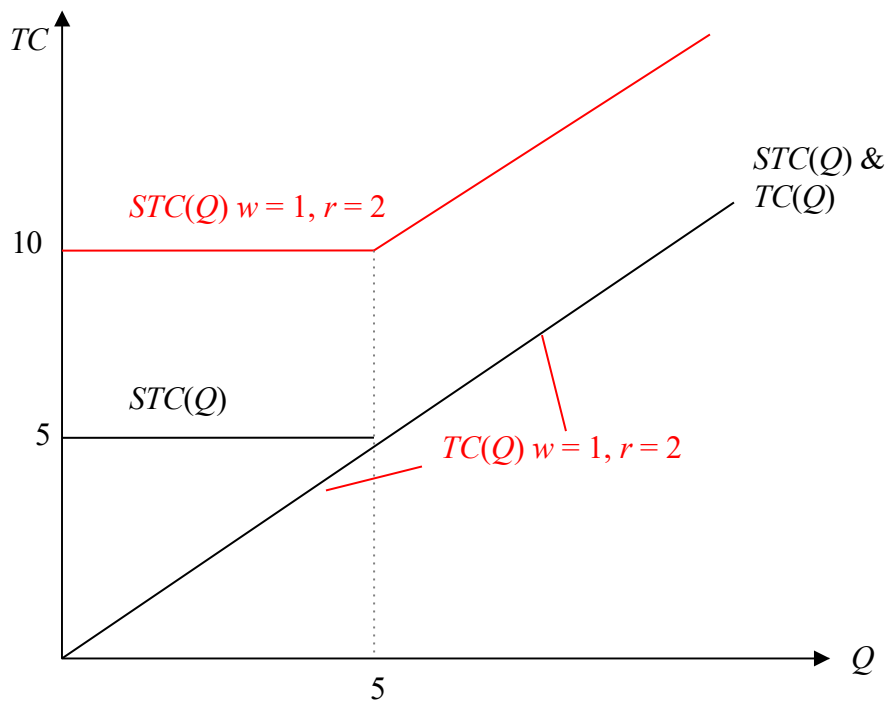
- 8.7 a) Con una funzione di produzione lineare, l'impresa opera in un punto d'angolo che dipende dal fatto che si abbia $w < r$ oppure $w > r$. Se $w < r$, l'impresa usa solo lavoro e quindi sceglie $L = Q$. In questo caso il costo totale (inclusi i costi fissi) è wQ . Se $w > r$, l'impresa usa solo capitale e dunque sceglie $K = Q$. In questo caso, il costo totale è rQ . Se $w = r = 1$, l'impresa è indifferente tra le combinazioni di L e K tali che $L + K = Q$. Quindi, abbiamo $TC(Q) = Q$.
- b) Se il capitale è fisso a 5 unità, l'output dell'impresa è dato da $Q = 5 + L$. Se l'impresa vuole produrre $Q < 5$ unità di output, deve produrre 5 unità e "buttarne" $5 - Q$. Il costo totale di produrre meno di 5 unità è costante e pari a 5, cioè il costo del capitale fisso. Per $Q > 5$ unità, l'impresa aumenta l'output aumentando l'uso del fattore lavoro. In particolare, per produrre Q unità di output, l'impresa usa $Q - 5$ unità di lavoro, con un costo di $Q - 5$, e 5 unità di capitale, con un costo di 5. Quindi, $STC(Q) = Q - 5 + 5 = Q$.



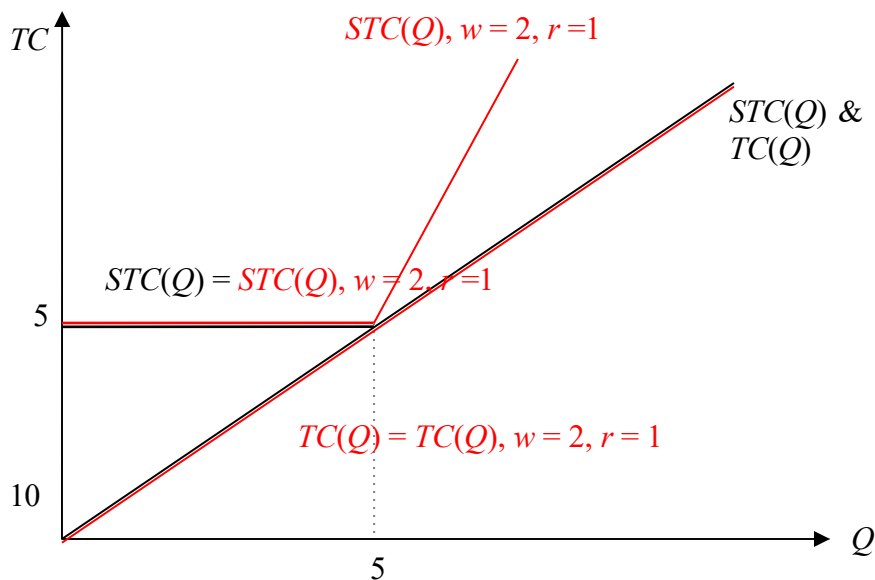
- c) Nel lungo periodo, dato che $w < r$, l'impresa produce il suo output interamente col fattore lavoro. Quindi, $TC(Q) = Q$, come nel punto (b). Nel breve periodo, con un capitale fisso a 5 unità, l'output dell'impresa è dato da $Q = 5 + L$. Se l'impresa vuole produrre $Q < 5$ unità di output, deve produrre 5 unità e “buttarne” $5 - Q$. Può produrre questo output usando il suo stock fisso di 5 unità di capitale e zero unità di lavoro. Il costo totale di produrre $Q < 5$ unità di output, quando il prezzo unitario del capitale è 2, è pari a 10.

Per $Q > 5$ unità, l'impresa aumenta l'output aumentando l'uso del fattore lavoro. In particolare, per produrre Q unità di output, l'impresa usa $Q - 5$ unità di lavoro, con un costo di $Q - 5$, e 5 unità di capitale, con un costo di 10. Quindi, $STC(Q) = (Q - 5) + 10 = Q + 5$.

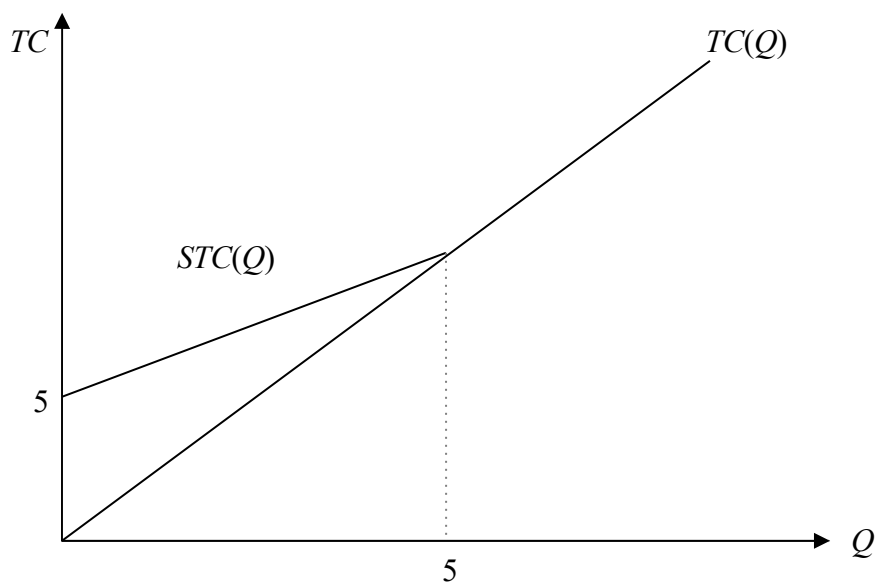
Si noti che quando $\bar{K} = 5$, $w = 1$ e $r = 2$, la curva STC giace al di sopra della curva TC . Questo perché $K = 5$ non è mai la quantità ottima di capitale quando $w = 1$ e $r = 2$. Di conseguenza, i costi totali dell'impresa sono sempre più alti nel breve periodo che nel lungo periodo.



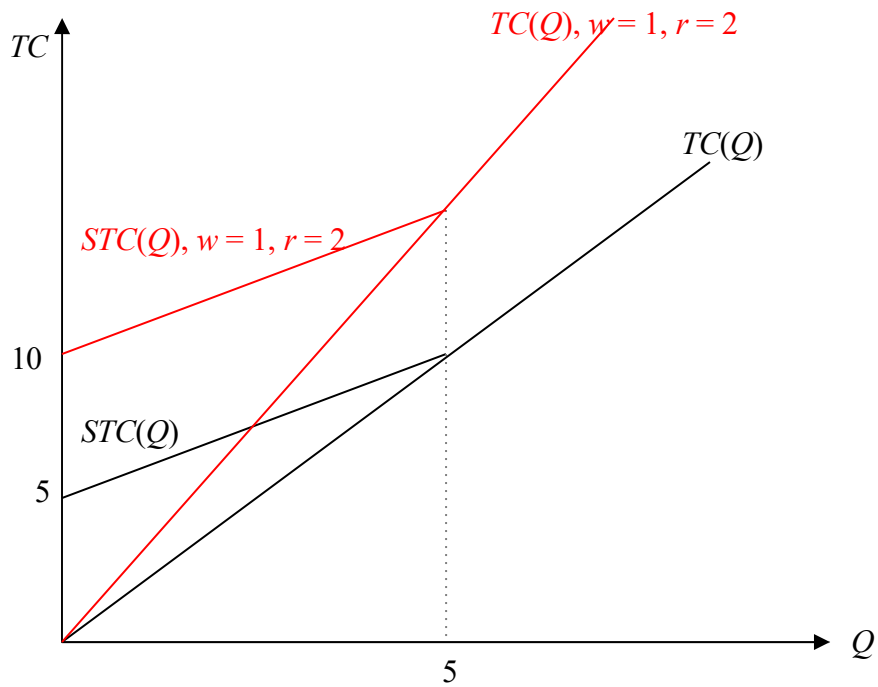
- d) La curva del costo totale è la stessa del punto (b), cioè $TC(Q) = Q$. Questo perché l'input meno costoso (in questo caso il capitale) continua ad avere un prezzo unitario di 1. Nel breve periodo, con un capitale fisso a 5 unità, il costo di produrre $Q < 5$ è 5. Per produrre più unità, l'impresa usa $Q - 5$ unità di lavoro con un costo di $2(Q - 5) = 2Q - 10$. Inoltre usa 5 unità di capitale con un costo di 5. Quindi, per $Q > 5$, $STC(Q) = 2Q - 10 + 5 = 2Q - 5$.



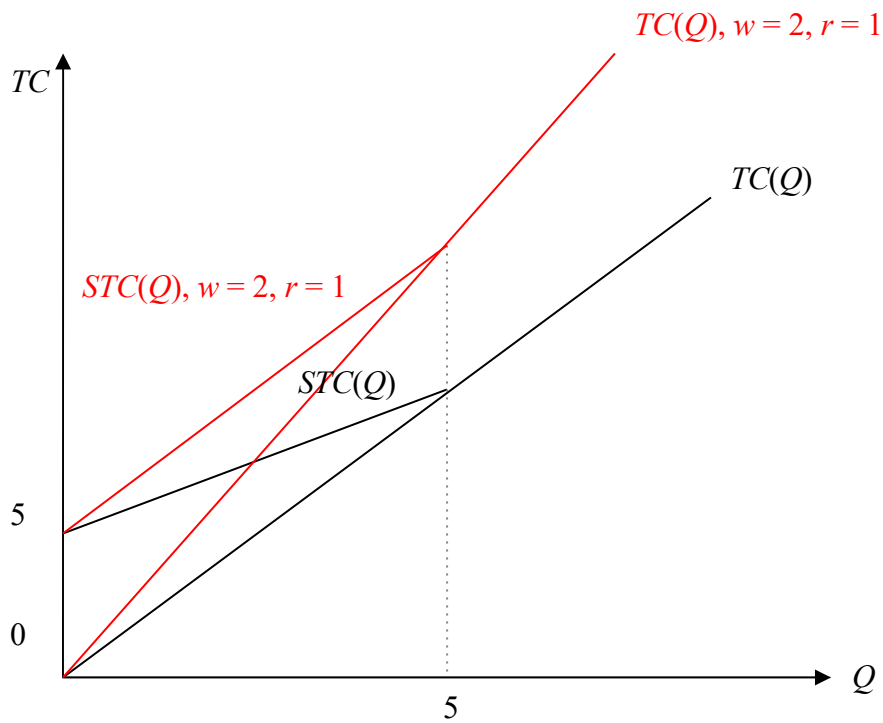
- 8.8 a) Gli input sono complementi e l'impresa li usa in proporzione 1:1. Quindi, $TC(Q) = Q(w + r)$.
- b) Se $w = r = 1$, allora $TC(Q) = 2Q$. Nel breve periodo, è impossibile produrre più di 5 unità. Questo perché $\min(L, 5)$ non può essere maggiore di 5. Per produrre $Q \leq 5$ unità, scegliamo $L = Q$. Se $w = r = 1$, ciò implica $STC(Q) = 5 + Q$. (10 è il costo fisso dell'input indivisibile, 5 è il costo fisso del lavoro, e Q è il costo variabile del lavoro.) Il grafico sotto mostra $TC(Q)$ e $STC(Q)$ per $Q \leq 5$ quando $w = r = 1$.



- c) Per $w = 1$ e $r = 2$ abbiamo $TC(Q) = 3Q$ e $STC(Q) = Q + 10$ per Q non maggiore di 5.



- d) Per $w=2$ e $r=1$ abbiamo $TC(Q) = 3Q$ e $STC(Q) = 2Q + 5$ per Q non maggiore di 5.



8.9 L'equazione della curva AC è $AC(Q) = TC(Q)/Q = 1000Q^{1/2}/Q = 1000Q^{-(1/2)}$. Essa è una funzione decrescente di Q . Data la relazione tra le curve AC e MC , il fatto che la curva AC è decrescente significa che la curva MC deve giacere al di sotto della curva AC .

8.10 Poichè assumiamo che la soluzione sia interna, deve valere la condizione di tangenza. Quindi la combinazione ottima deve essere tale che $\frac{K}{L+1} = \frac{w}{r}$. Ciò significa che

$$L+1 = \frac{rK}{w}. \text{ Sostituendo nella funzione di produzione, si ha } Q = \frac{rK^2}{w}, \text{ quindi } K = \sqrt{\frac{Qw}{r}}.$$

Ciò implica che $L = \sqrt{\frac{Qr}{w}} - 1$. La curva del costo totale è dunque $TC = wL + rK = 2\sqrt{wrQ} - w$. Se sostituiamo $2w$ e $2r$ al posto di w e r rispettivamente, otteniamo $TC_2 = 2\sqrt{(2w)(2r)Q} - (2w) = 4\sqrt{wrQ} - 2w = 2 * TC$; quindi se i prezzi degli input raddoppiano, raddoppia anche il costo totale.

8.11 Uguagliando i rapporti tra produttività marginali e prezzi per lavoro e capitale:

$$\begin{aligned} \frac{MP_L}{MP_K} &= \frac{w}{r} \\ \frac{KM}{LM} &= \frac{5}{1} \\ K &= 5L \end{aligned}$$

Uguagliando i rapporti tra produttività marginali e prezzi per lavoro e materie prime:

$$\begin{aligned} \frac{MP_L}{MP_M} &= \frac{w}{m} \\ \frac{KM}{KL} &= \frac{5}{2} \\ M &= \frac{5L}{2} \end{aligned}$$

Sostituendo nella funzione di produzione si ha

$$Q = L(5L)\left(\frac{5L}{2}\right)$$

$$Q = \frac{25L^3}{2}$$

$$L^3 = \frac{2Q}{25}$$

$$L = \left(\frac{2Q}{25}\right)^{1/3}$$

Sostituendo questo risultato nelle condizioni di tangenza di cui sopra si ha

$$K = 5\left(\frac{2Q}{25}\right)^{1/3}$$

e

$$M = \frac{5}{2}\left(\frac{2Q}{25}\right)^{1/3}$$

b)

$$TC = 5\left(\frac{2Q}{25}\right)^{1/3} + 5\left(\frac{2Q}{25}\right)^{1/3} + 2\left(\frac{5}{2}\right)\left(\frac{2Q}{25}\right)^{1/3}$$

$$TC = 15\left(\frac{2Q}{25}\right)^{1/3}$$

c)

$$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{15}{Q}\left(\frac{2Q}{25}\right)^{1/3}$$

d) Si parta dalle condizione di tangenza

$$\frac{MP_L}{MP_M} = \frac{w}{m}$$

$$\frac{KM}{KL} = \frac{5}{2}$$

$$M = \frac{5L}{2}$$

Ponendo $K = 50$ e sostituendo nella funzione di produzione si ha

$$Q = L(50) \left(\frac{5L}{2} \right)$$

$$Q = 125L^2$$

$$L = \sqrt{\frac{Q}{125}}$$

Sostituendo questo risultato nella condizione di tangenza di cui sopra:

$$M = \frac{5\sqrt{\frac{Q}{125}}}{2}$$

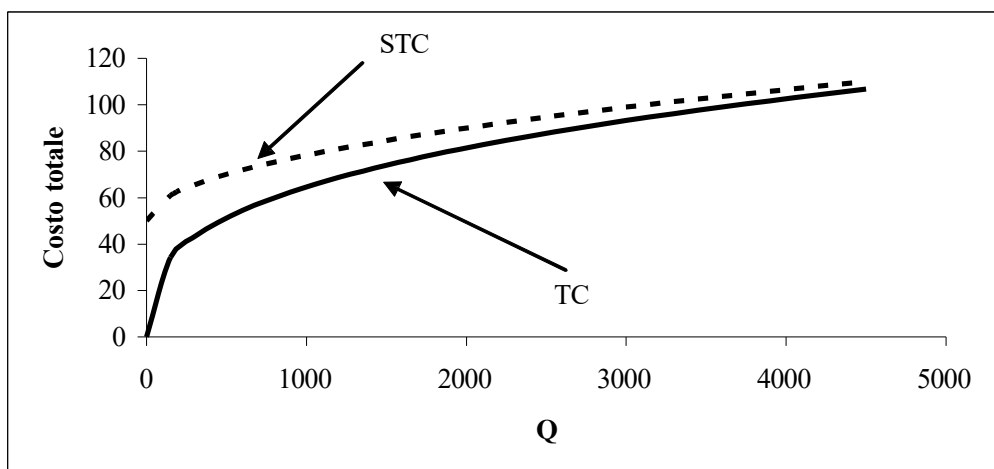
$$M = \sqrt{\frac{Q}{20}}$$

e) Nel breve periodo,

$$TC = 5\sqrt{\frac{Q}{125}} + 50 + 2\sqrt{\frac{Q}{20}}$$

$$TC = 2\sqrt{\frac{Q}{5}} + 50$$

Graficamente, le curve del costo totale di breve e lungo periodo sono mostrate nella seguente figura.



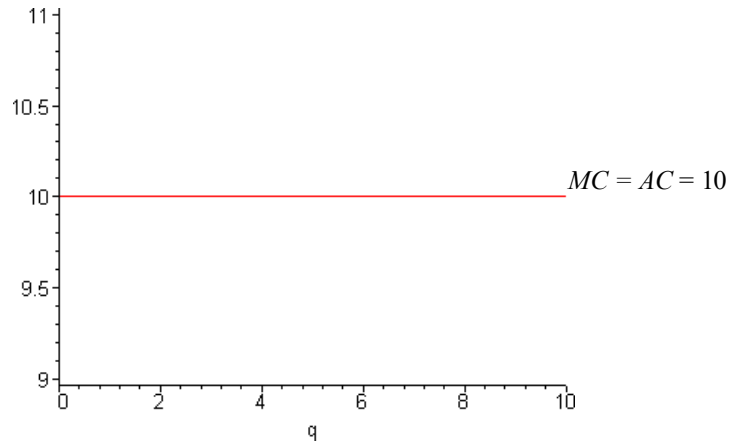
f) Il costo medio di breve periodo è dato da

$$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{2\sqrt{\frac{Q}{5}} + 50}{Q}$$

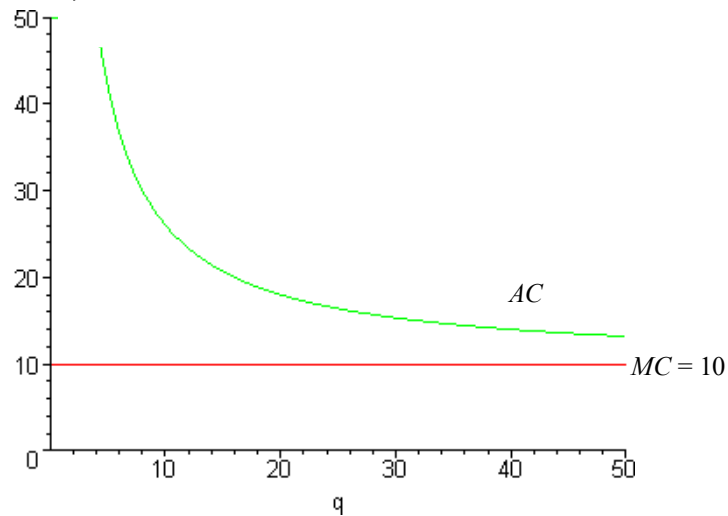
- 8.12 Con K fisso a 20 unità, la funzione di produzione diventa $Q = 20L + M$. Quindi, L e M sono perfetti sostituti. Poiché $MP_L/w = 1,25 > MP_M/m = 1$, il prodotto marginale per euro speso in lavoro è sempre maggiore di quello per euro speso in materie prime. Quindi la combinazione di minimo costo è $M = 0$ con L soluzione di $400 = 20L + 0$, ovvero $L = 20$. Il costo totale di breve periodo è $C = 16(20) + 4(20) + 1(0) = 400$.

8.13

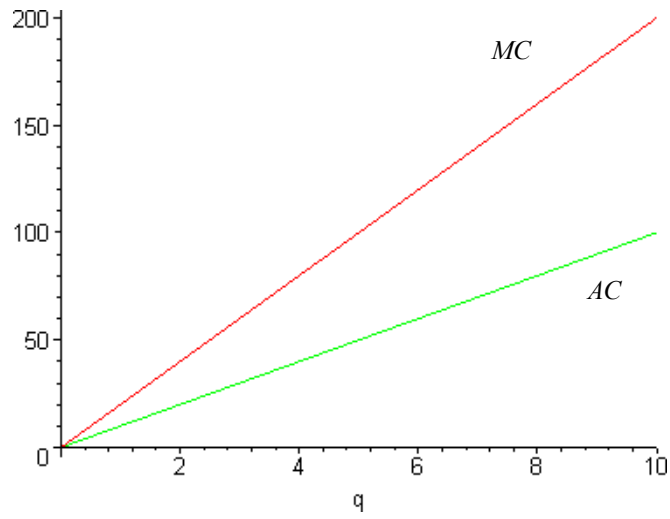
- a) $TFC = 0, AVC = 10, MC = 10$.



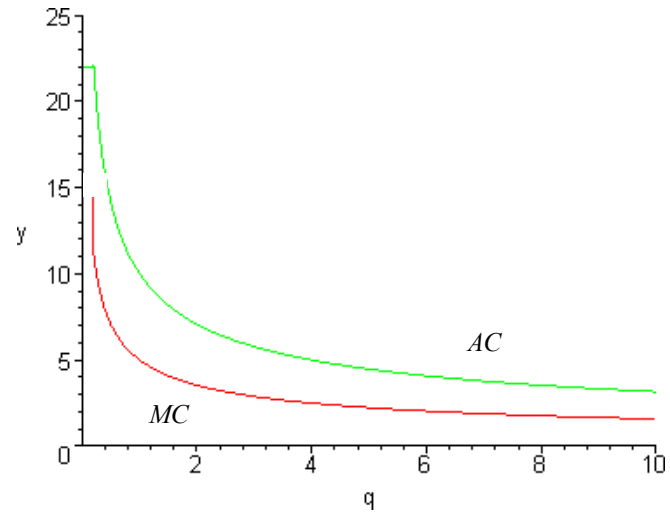
- b) $TFC = 160, AVC = 10, MC = 10$.



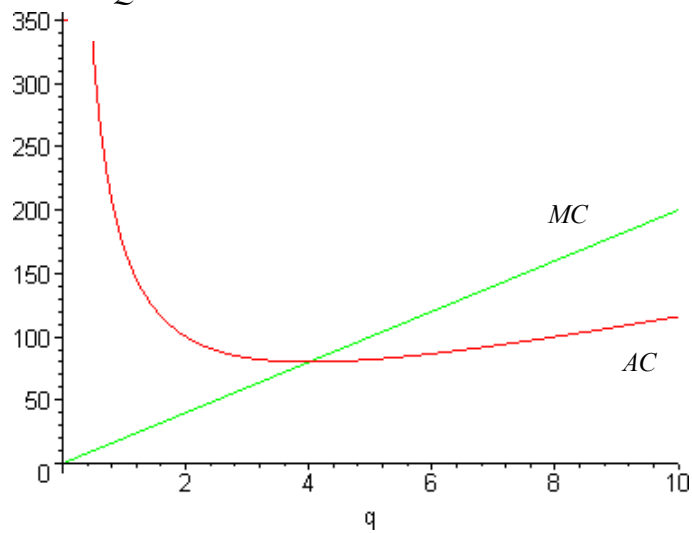
- c) $TFC = 0, AVC = 10Q$.



d) $TFC = 0, AVC = 10/\sqrt{Q}$.



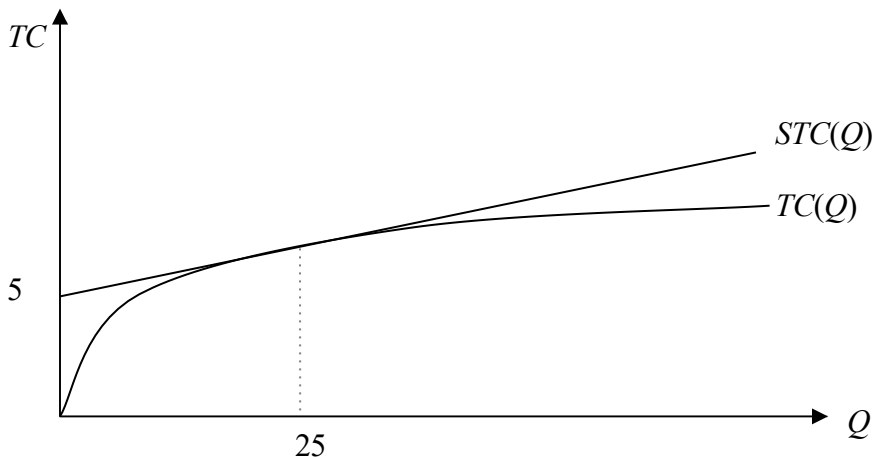
e) $TFC = 160, AVC = 10Q$.



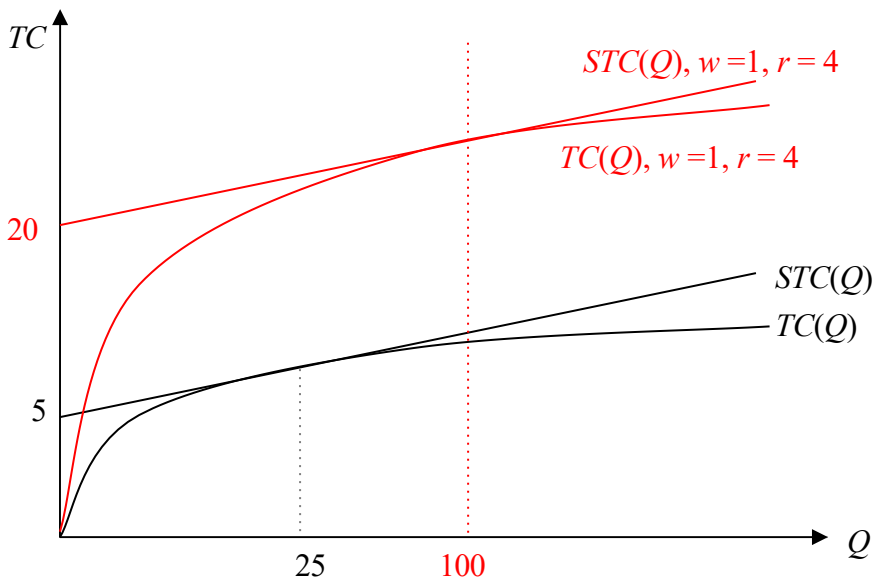
f) $AC(Q) = 160 - 10Q + Q^2$ (per grafico), $AFC(Q) = 0$, $AVC(Q) = 160 - 10Q + Q^2$

8.14

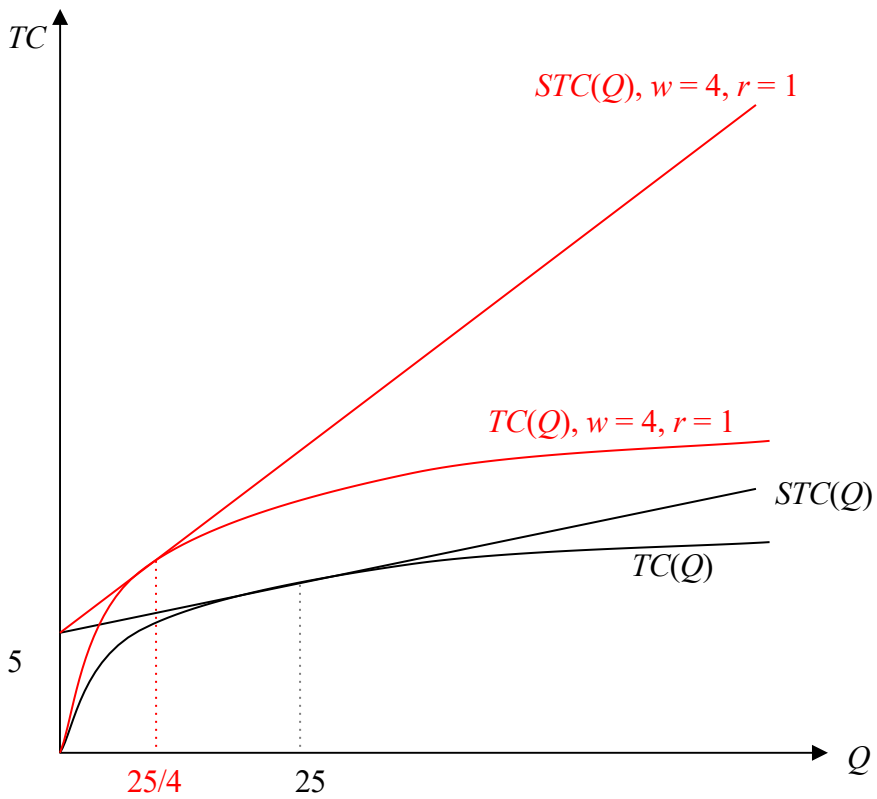
- a) Le quantità di input che minimizzano i costi sono pari a $L = \sqrt{Q} \sqrt{(r/w)}$ e $K = \sqrt{Q} / \sqrt{(r/w)}$. Quindi, nel lungo periodo il costo totale di produzione di Q unità di output è pari a $TC(Q) = 10 + 2\sqrt{(Qrw)}$. Per $w = 1$ e $r = 1$ abbiamo $TC(Q) = 2\sqrt{Q}$.
- b) Quando il capitale è fisso a una quantità di 5 unità (cioè., $K^* = 5$) abbiamo $Q = K^*L = 5L$. Quindi, nel breve periodo il costo totale di produzione di Q unità di output è pari a $STC(Q) = 5 + Q/5$.



- c) Abbiamo $L = \sqrt{Q} \sqrt{(r/w)}$ e $K = \sqrt{Q} / \sqrt{(r/w)}$. Quindi, $TC(Q) = 2\sqrt{(Qrw)}$ e $STC(Q) = 5r + wQ/5$. Quando $w = 1$ e $r = 4$ abbiamo $TC(Q) = 4\sqrt{Q}$ e $STC(Q) = 20 + Q/5$.



- d) Quando $w = 4$ e $r = 1$ abbiamo $TC(Q) = 4\sqrt{Q}$ e $STC(Q) = 4Q/5$.



8.15

$$\begin{aligned}
 STC(Q) &= 1000 + 50Q^2 \\
 SAC(Q) &= \frac{STC(Q)}{Q} = \frac{1000}{Q} + 50Q \\
 AVC(Q) &= 50Q \\
 AFC(Q) &= \frac{1000}{Q}
 \end{aligned}$$

Rappresentando $SAC(Q)$, $AVC(Q)$, e $AFC(Q)$ si ha

