

Capitolo 13

Teoria dei giochi e comportamento strategico

Soluzioni dei Problemi

13.1 L'equilibrio di Nash è: il Giocatore 1 sceglie Alto mentre il Giocatore 2 sceglie Sinistra.

13.2 Non ci sono equilibri di Nash

13.3 Il Giocatore 1 ha una strategia dominante (Alto), il che significa che Basso è dominata.

Il Giocatore 2 non ha una strategia dominante, ma ha una strategia dominata (Centro).

In questo gioco l'equilibrio di Nash è per il Giocatore 1 scegliere Alto e per il Giocatore 2 scegliere Sinistra.

13.4 a) Per ogni impresa, avere un programma per frequent flyer (FFP) è una strategia dominante.

Se B ha un FFP, A preferisce un payoff di 200 (con il suo FFP) a uno di 160 (senza FFP).

Se B non ha un FFP, A preferisce un payoff di 340 (con il suo FFP) a uno di 240 (senza FFP).

Analogamente:

Se A ha un FFP, B preferisce un payoff di 160 (con il suo FFP) a uno di 80 (senza FFP).

Se A non ha un FFP, B preferisce un payoff di 280 (con il suo FFP) a uno di 200 (senza FFP).

b) Dato che entrambi i giocatori hanno una strategia dominante (con un FFP), in corrispondenza dell'equilibrio di Nash entrambi i giocatori avranno un FFP.

c) Sì. Entrambi i giocatori migliorerebbero la loro situazione se non avessero un FFP (A guadagna 240, B guadagna 200) rispetto all'equilibrio di Nash (in corrispondenza del quale A guadagna 200 e B guadagna 160). Ma, come notato sopra, "senza FFP" non è una strategia dominante per nessuno dei giocatori.

13.5

a) In questo gioco, nessun giocatore ha una strategia dominante.

b) In questo gioco, Asahi ha una strategia dominata, ¥720 è dominata da ¥690, e Kirin ha una strategia dominata, ¥720 è dominata da ¥690. Posto che nessun giocatore le giochi, possiamo eliminare le strategie dominate. Il gioco ridotto è

		<i>Kirin</i>		
		¥630	¥660	¥690
<i>Asahi</i>	¥630	180, 180	184, 178	185, 175
	¥660	178, 184	183, 183	192, 182
	¥690	175, 185	182, 192	191, 191

- c) Nel gioco ridotto, entrambi i giocatori hanno una strategia dominata. Per Asahi ¥690 è dominata da ¥660, e per Kirin ¥690 è dominata da ¥660. Posto che nessun giocatore le giochi, possiamo eliminare le strategie dominate. Il gioco ridotto è

		<i>Kirin</i>	
		¥630	¥660
<i>Asahi</i>	¥630	180, 180	184, 178
	¥660	178, 184	183, 183

- d) Ora entrambi i giocatori hanno una strategia dominate, cioè ¥630.
- e) Sulla base dell'analisi precedente, l'equilibrio di Nash di questo gioco è quello in cui entrambi i giocatori scelgono ¥630.

13.6 a) Nell'equilibrio di Nash il Giocatore 1 sceglie "Alto" e il Giocatore 2 sceglie "Sinistra". Il Giocatore 2 ha come strategia dominante quella di scegliere "Sinistra" e il Giocatore 1 fa la sua miglior scelta ("Alto") assumendo che Giocatore 2 scelga la sua strategia dominante.

b) Alcuni potrebbero sostenere che il Giocatore 1 dovrebbe scegliere "Basso". Scegliendo "Basso" il Giocatore 1 non guadagna né perde niente. Scegliendo "Alto" il Giocatore 1 guadagna al massimo 1 e può perdere 100. Per evitare la possibilità di perdere 100, il Giocatore 1 può scegliere "Basso". Tale ragionamento si basa sull'ipotesi che il Giocatore 2 non giocherà la sua strategia dominante "Sinistra" Tale dubbio sarebbe giustificato se il Giocatore 1 non fosse certo di quale sia la funzione obiettivo del Giocatore 2 o non fosse certo del fatto che i payoff della matrice rappresentino i payoff effettivi del Giocatore 2. Queste possibilità vengono esplorate in corsi avanzati di teoria dei giochi che studiano cosa accade quando esiste incertezza nel gioco.

13.7 Si noti che il prezzo 32 è dominato dal prezzo 28 per entrambe le imprese. Quindi sappiamo che 32 non è un equilibrio di Nash per nessuna impresa, e possiamo eliminare l'ultima riga e l'ultima colonna.

Si noti poi che per le rimanenti strategie (20, 24, e 28), 28 è dominata da 24 per entrambe le imprese. Quindi sappiamo che 28 non è un equilibrio di Nash per nessuna impresa, e possiamo concentrarci sul gioco 2X2 con i prezzi 20 e 24.

Si considerino le funzioni di miglior risposta:

Se ABC sceglie 20, XYZ sceglie 20 (preferendo un payoff di 60 a uno di 56).

Se ABC sceglie 24, XYZ sceglie 20 (preferendo un payoff di 68 a uno di 66).
Quindi 20 è una strategia dominante per XYZ. Il gioco è simmetrico, quindi, anche per ABC, 20 è una strategia dominante. Ne segue che l'equilibrio di Nash è (20,20).

13.8 In questo gioco vi sono due equilibri di Nash. Nel primo, Lucia e Renzo scelgono entrambi BALLETO. Perché?

- Se Renzo sceglie BALLETO, la miglior risposta di Lucia è BALLETO (il payoff di Lucia è 100 contro -90).
- Se Lucia sceglie BALLETO, la miglior risposta di Renzo è BALLETO (il payoff di Renzo è 30 contro -90)

Quindi: BALLETO,BALLETO è un punto di mutue risposte ottime.

Nel secondo equilibrio di Nash, Lucia e Renzo scelgono INCONTRO DI BOXE.

- Se Renzo sceglie INCONTRO DI BOXE, la miglior risposta di Lucia è INCONTRO DI BOXE (il payoff di Lucia è 30 contro -90).
- Se Lucia sceglie INCONTRO DI BOXE, la miglior risposta di Renzo è INCONTRO DI BOXE (il payoff di Renzo è 100 contro -90)

Quindi: INCONTRO DI BOXE, INCONTRO DI BOXE è anch'esso un punto di mutue risposte ottime.

- 13.9 a) Per $x > 50$, entrambe le imprese hanno una strategia dominante. L'unico equilibrio di Nash è (*Prezzo basso*, *Prezzo basso*).
- b) Per $40 < x < 50$ solo l'Impresa 2 ha una strategia dominante. L'unico equilibrio di Nash in questo caso è ancora (*Prezzo basso*, *Prezzo basso*).
- c) Per $x < 40$, non ci sono strategie dominanti, e non esistono equilibri di Nash.

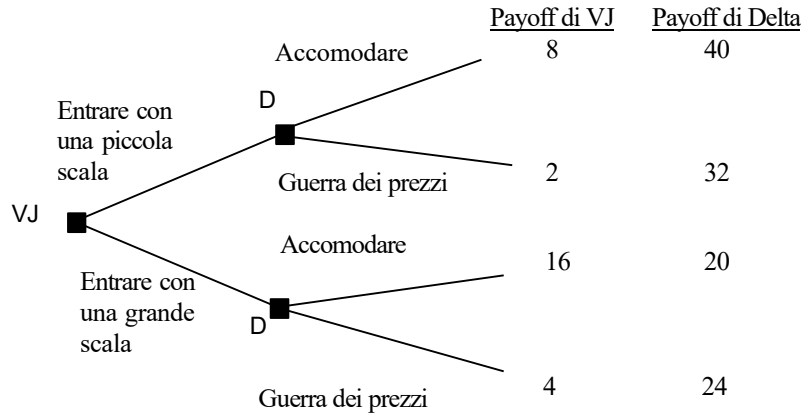
13.10

a)

		Dante		
		€0	€1	€2
Carlo	€0	10, 10	0, 19	0, 18
	€1	19, 0	9, 9	-1, 18
	€2	18, 0	18, -1	8, 8

- b) Per entrambi i giocatori, offrire €0 è dominata da offrire €2.
- c) L'equilibrio di Nash è (€2, €2).
- d) In (€11, €11), ogni giocatore guadagna $€10 - €11 = -€1$. Questo non sarebbe un equilibrio di Nash perchè ciascun giocatore preferirebbe offrire €0 e perdere l'asta (guadagnando €0) piuttosto che offrire €11 e alla fine perdere la banconota.
- 13.11 a) Nessuna impresa ha una strategia dominante. Ci sono due equilibri di Nash: (*Beta*, *Beta*) e (*VHS*, *VHS*).
- b) In qualunque equilibrio di Nash in strategie miste, Sony gioca *Beta* con probabilità p_S e *VHS* con probabilità $(1 - p_S)$ mentre Columbia gioca *Beta* con probabilità p_C e *VHS* con probabilità $(1 - p_C)$. Giocando una strategia mista, un giocatore si assicura che il suo rivale sia indifferente tra le strategie disponibili. Quindi, Sony sceglie p_S tale che
- Profitto atteso di Columbia derivante da *Beta* = Profitto atteso di Columbia derivante da *VHS*
- $$p_S * 10 + (1 - p_S) * 0 = p_S * 0 + (1 - p_S) * 20$$
- Questa equazione può essere risolta per mostrare che $p_S = 1/3$. Analogamente, in ogni equilibrio in strategie miste, si può mostrare che Columbia gioca *Beta* con probabilità $p_C = 2/3$.
- c) Muovendo per primo, Sony si rende conto che per Columbia è sempre ottimale scegliere la sua stessa strategia, poiché non vuole adottare un formato diverso (sebbene Columbia preferisca il VHS e Sony il formato Beta). Quindi nell'equilibrio di Nash Sony sceglie *Beta*, seguita da Columbia che sceglie anch'essa *Beta*.
- 13.12 a) Value Jet ha "Entrare con una grande scala" come strategia dominante. Dato ciò, Delta risponde scatenando una "Guerra dei prezzi". Quindi, esiste un unico equilibrio di Nash in strategie pure nel quale Value Jet entra con una grande scala e Delta comincia una guerra dei prezzi. Il payoff di Value Jet è di 4 miliardi di euro.

b)



L'albero del gioco di cui sopra sintetizza i due stadi del gioco. I payoff sono gli stessi di cui alla matrice del punto (a).

Se VJ (Value Jet) entra con una piccola scala, D (Delta) accomoda (preferendo 40 a 32). Quindi, VJ ottiene 8.

Se VJ (Value Jet) entra con una grande scala, D (Delta) inizia una guerra dei prezzi (preferendo 24 a 20). Quindi, VJ ottiene 4.

La strategia ottimale di Value Jet è entrare con una piccola scala e quella di Delta è accomodare. Value Jet riceverà allora 8 miliardi di euro. Value Jet incrementa il suo profitto dai 4 miliardi di euro di cui al punto (a) agli 8 miliardi di euro, quindi muovendo per prima, ottiene un profitto extra di 4 miliardi di euro.

13.13 a) In questo gioco, " $P = €5m$." è una strategia dominante per entrambi i giocatori. Quindi, l'equilibrio di Nash si verifica quando Airbus sceglie " $P = €5m$." e Boeing sceglie " $P = €5m$."

b) La dichiarazione di Airbus implica che giocherà " $P = €10m$ " in questo e nei successivi trimestri purché anche Boeing giochi " $P = €10m$." Tuttavia, se Boeing gioca " $P = €5m$," Airbus giocherà " $P = €5m$ " in tutti i trimestri futuri.

Dal punto di vista di Boeing, se continuano a giocare " $P = €10m$ " allora in ogni trimestre ricevono un payoff di 50. Se scelgono di abbassare il loro prezzo a " $P = €5m$," allora nel primo trimestre riceveranno 270. In tutti i trimestri successivi il meglio che possono fare è giocare " $P = €5m$," come farà Airbus, e Boeing riceverà 30. Quindi, i due possibili flussi di profitti di Boeing sono:

Boeing	$P = €5m$	270	30	30	30
	$P = €10m$	50	50	50	50

Boeing valuta un flusso di payoff di €1 a partire dal prossimo trimestre come un payoff di €40 in questo trimestre. Quindi, Boeing valuta i due flussi di payoff nel modo seguente

$P = €5m$	$270 + 40(30) = 1470$
-----------	-----------------------

$P = \text{€}10\text{m}$	$50 + 40(50) = 2050$
--------------------------	----------------------

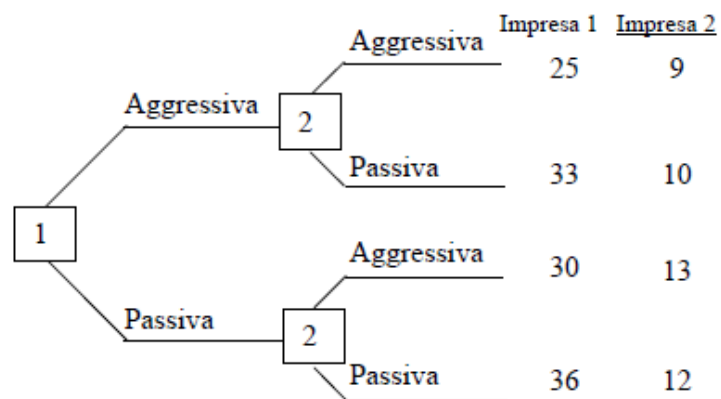
Quindi, il valore di “ $P = \text{€}10\text{m}$ ” in euro correnti è maggiore, per cui Boeing dovrebbe scegliere “ $P = \text{€}10\text{m}$ ” in questo trimestre e in tutti quelli successivi.

- c) Ora Boeing valuta i flussi di payoff in modo differente. Nella situazione attuale, Boeing valuta un flusso di payoff di €1 ricevuto a partire dal prossimo anno come equivalente a €10 ricevuti immediatamente. Quindi, Boeing ora valuta i flussi di payoff come

$P = \text{€}5\text{m}$	$270 + 10(30) = 570$
$P = \text{€}10\text{m}$	$50 + 10(50) = 550$

Ora “ $P = \text{€}5\text{m}$ ” ha un valore in euro correnti più alto di “ $P = \text{€}10\text{m}$.” Quindi, Boeing dovrebbe scegliere “ $P = \text{€}5\text{m}$ ” quest’anno, ricevere il payoff alto nell’anno corrente, e scegliere “ $P = \text{€}5\text{m}$ ” successivamente ricevendo un flusso di payoff pari a 30 ogni anno.

- 13.14 a) L’Impresa 1 sceglie la sua strategia dominante “Strategia passiva”. L’Impresa 2, sapendo che l’Impresa 1 ha una strategia dominante, gioca la sua miglior risposta, “Strategia aggressiva” Questo è l’unico equilibrio di Nash del gioco simultaneo.
- b) Come mostrato nel diagramma sotto, se l’Impresa 1 può scegliere per prima, allora sceglie “Strategia aggressiva”, l’Impresa 2 sceglie “Strategia passiva” e l’Impresa 1 riceve 33. Se l’Impresa 1 sceglie invece “Strategia passiva”, allora l’Impresa 2 sceglie “Strategia aggressiva” e l’Impresa 1 riceve un payoff di 30. Quindi, se l’Impresa 1 può muovere per prima, fa meglio a scegliere “Strategia aggressiva”, nel qual caso l’Impresa 2 sceglie la sua miglior risposta “Strategia passiva” guadagnando, l’Impresa 1 un payoff di 33 e l’Impresa 2 un payoff di 10.



13.15

- a) Le miglior risposte per Starline sono indicate con *; Le miglior risposte per Pipetran sono indicate con **.

		Pipetran	
		Senza espansione	Piccola
Starline	Senza espansione	40, 18	28, 22**
	Piccola	48*, 14	32*, 16**
	Grande	38, 10**	24, 5

C'è un unico equilibrio di Nash (Piccola, Piccola) con Starline che guadagna 32 e Pipetran che guadagna 16.

E' un esempio di dilemma del prigioniero. Entrambe le imprese migliorerebbero la loro posizione senza espansione. Ma ogni giocatore ha un incentivo a scegliere Piccola se crede che l'altra impresa sceglie Senza espansione

- b) Il seguente albero del gioco descrive lo scenario in cui Starline gioca per prima. Le miglior risposte di Pipetran data l'azione di Starline sono indicate con **. Date le miglior risposte di Pipetran, le miglior strategie di Starline sono quelle associate ai payoff in grassetto. In generale, la miglior risposta di Starline è Grande, inducendo Pipetran a non espandere. Giocando per prima essa otterrebbe 38 milioni di euro, invece dei 32 milioni di euro che otterrebbe nel gioco simultaneo di cui al punto a). Per essere credibile, è necessario che essi annuncino di aver siglato un contratto irrevocabile con cui si impegna a costruire un impianto grande, prima che Pipetran possa giocare.

Starline gioca	Pipetran gioca	Starline	Pipetran
Senza esp.	Senza esp.	40	18
	Piccola	28	22**
Piccola	Senza esp.	48	14
	Piccola	32	16**
Grande	Senza esp.	38	10**
	Piccola	24	5

- c) Il seguente albero del gioco descrive lo scenario in cui Pipetran gioca per prima. Le miglior risposte di Starline data l'azione di Pipetran sono indicate con *. Date le miglior risposte di Starline, le miglior strategie di Pipetran sono quelle associate ai payoff in grassetto. In generale, la miglior risposta di Pipetran è Piccola, inducendo Starline a scegliere Piccola. Giocando per prima essa otterrebbe 16 milioni di euro, cioè lo stesso che otterrebbe nel gioco simultaneo di cui al punto a). Ma, giocando per prima, può evitare lo scenario in b) nel quale Starline gioca per prima, nel qual

caso Pipetran guadagnerebbe solo 10 milioni di euro. Quindi Pipetran dovrebbe immediatamente e irrevocabilmente impegnarsi a costruire un impianto piccolo.

Pipetran gioca	Starline gioca	Starline	Pipetran
	Senza esp.	40	18
Senza esp.	Piccola	48*	14
	Grande	38	10
	Senza esp.	28	22
Piccola	Piccola	32*	16
	Grande	24	5