

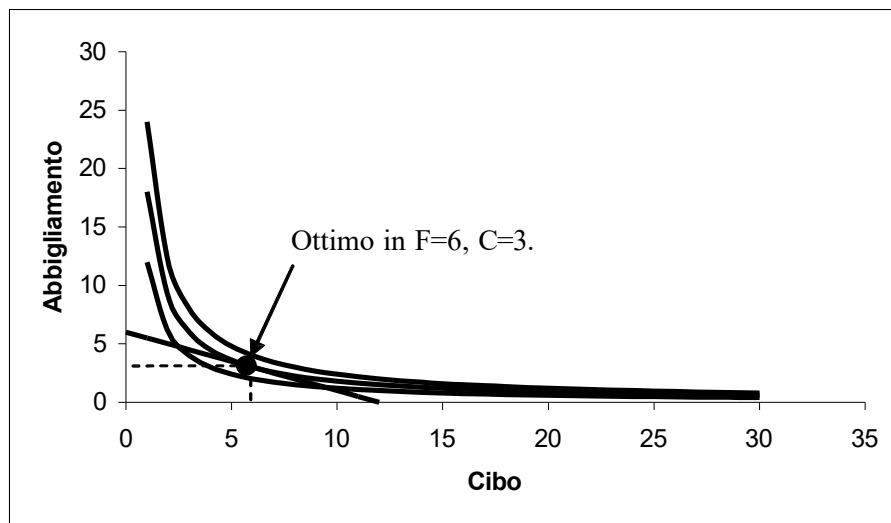
# Capitolo 4

## La teoria della scelta del consumatore

### *Soluzioni dei Problemi*

4.1

a) Si veda la figura.



b) La condizione di tangenza richiede che

$$\frac{MU_F}{MU_C} = \frac{P_F}{P_C}$$

Sostituendo le informazioni date si ha

$$\begin{aligned}\frac{C}{F} &= \frac{1}{2} \\ 2C &= F\end{aligned}$$

Sostituendo questo risultato nella linea di bilancio,  $F + 2C = 12$ , si ottiene

$$\begin{aligned}2C + 2C &= 12 \\ 4C &= 12 \\ C &= 3\end{aligned}$$

Infine, la sostituzione di questo risultato nella condizione di tangenza implica  $F = 6$ . In corrispondenza dell'ottimo Giulia sceglie 6 unità di cibo e 3 unità di abbigliamento.

In corrispondenza dell'ottimo,  $MRS_{F,C} = C/F = 3/6 = 1/2$ . Si noti che ciò equivale al rapporto tra il prezzo del cibo e il prezzo dell'abbigliamento. Ciò si può vedere nel grafico di cui sopra come tangenza tra la linea di bilancio e la curva di indifferenza corrispondente a  $U = 18$ .

- c) Se Giulia acquista 4 unità di cibo e 4 unità di abbigliamento, allora

$$\frac{MU_F}{P_F} = \frac{4}{1} = 4 > \frac{MU_C}{P_C} = \frac{4}{2} = 2.$$

Ciò implica che Giulia potrebbe riallocare la spesa acquistando più cibo e meno abbigliamento e aumentare così la sua utilità totale. Infatti, in corrispondenza del paniere (4, 4) l'utilità totale è 16 e Giulia spende \$12. Rinunciando ad una unità di abbigliamento Giulia risparmia \$2 che possono essere usati per acquistare due unità di cibo (ciascuna delle quali costa \$1). Ciò si risolve in un nuovo paniere (6,3), un'utilità totale di 18, e una spesa di \$12. Riallocando la spesa a favore del bene con la più alta utilità marginale per euro, Giulia aumenta l'utilità totale, continuando a soddisfare il vincolo di bilancio.

- d) La funzione di utilità del punto d) è una trasformazione monotona della funzione di utilità iniziale, quindi non cambia nulla

4.2 Sostituendo le informazioni date si ha

$$2FC / F^2 = 1/2$$

$$2C/F = 1/2$$

$$4C = F$$

Sostituendo nella retta di bilancio  $F + 2C = 12$ , si ottiene:

$$4C + 2C = 12$$

$$6C = 12$$

$$C = 2$$

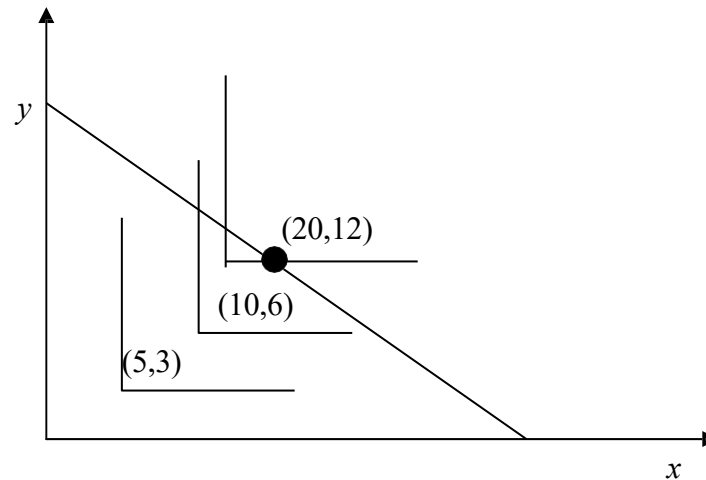
$$F = 8$$

Nel punto di ottimo  $MRS = (2*2)/8$ , cioè  $1/2$

#### 4.3

Questo problema non può essere risolto usando la consueta condizione di tangenza. Tuttavia, come si può vedere dal grafico il paniere ottimo giace necessariamente sul “gomito” di una qualche curva di indifferenza, come (5, 5), (10, 10), ecc. Se il consumatore si trovasse in corrispondenza di qualche altro paniere, potrebbe sempre spostarsi in uno di questi punti, lasciando invariata la sua utilità e riducendo la sua spesa. L’equazione di tutti questi “gomiti” è  $5x = 5y$ , ossia  $y = x$ . Quindi il punto di ottimo deve essere tale che  $x = y$ .

Ovviamente il consueto vincolo di bilancio deve essere soddisfatto. Cioè,  $5x + 5y = 200$ . Combinando queste due condizioni, otteniamo  $(x, y) = (20, 20)$ .



#### 4.5

L’utilità di un’unità del bene  $x$  è doppia rispetto all’utilità di un’unità del bene  $y$ . Se il prezzo dei due beni è lo stesso, verrà consumato solo il bene 1. Quindi il consumatore utilizzerà tutto il proprio reddito per acquistare  $x$ . La quantità ottima di  $x$  è pari a  $200/5 = 40$ , mentre la quantità ottima di  $y$  è pari a 0.

#### 4.6

Si tratta di confrontare  $MU_H / P_H$  e  $MU_B / P_B$ , dove gli apici “ $H$ ” e “ $B$ ” si riferiscono, rispettivamente, ad hamburger e bottiglie di birra. Abbiamo tutte le informazioni necessarie ad effettuare questo confronto ad eccezione del prezzo degli hamburger. Tuttavia possiamo ricavarlo dal vincolo di bilancio di Renato:

$$P_H H + P_B B = \text{Reddito, ossia } P_H (15) + 2(20) = 100.$$

$$\text{da cui } P_H = \$4.$$

Quindi  $MU_H / P_H = 8/4 = 2$  e  $MU_B / P_B = 6/2 = 3$ . Dato che l’ utilità marginale per euro è più alta per le bottiglie di birra che per gli hamburger, Renato dovrebbe acquistare meno hamburger (e più

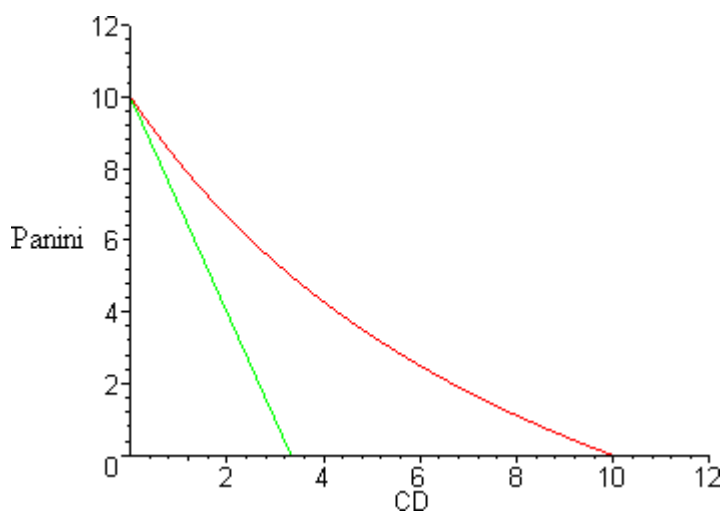
bottiglie di birra).

#### 4.7

Si veda il grafico. Il fatto che le curve di indifferenza di Elena tocchino gli assi dovrebbe immediatamente indurre a verificare l'esistenza di una soluzione d'angolo.

Per trovare questa soluzione algebricamente, si noti che se vi fosse una soluzione interna, la condizione di tangenza implicherebbe  $(P + 10)/(L + 10) = 3$ , ossia  $P = 3L + 20$ . Combinando questa relazione con il vincolo di bilancio, cioè  $9L + 3P = 30$ , troviamo che il numero ottimo di libri sarebbe la soluzione di  $18L = -30$ , il che implica un numero di libri negativo. Dato che è impossibile acquistare una quantità negativa, l'ipotesi dell'esistenza di una soluzione interna deve essere falsa. Infatti, l'ottimo si caratterizza per  $L = 0$  e Elena spenderà tutto il suo reddito in panini:  $P = 10$ .

Graficamente, la soluzione d'angolo si riflette nel fatto che la linea di bilancio è più ripida della curva di indifferenza, anche quando  $L = 0$ . In particolare, si noti che, in corrispondenza di  $(L, P) = (0, 10)$  abbiamo  $P_L / P_P = 3 > MRS_{L,P} = 2$ . Quindi, in corrispondenza del punto d'angolo, l'utilità marginale per euro speso in libri è minore di quella relativa ai panini. Tuttavia, dato che Elena si trova già nel punto d'angolo con  $L = 0$ , non può rinunciare ad altri libri. Quindi, il meglio che Elena può fare è spendere tutto il suo reddito in panini  $(L, P) = (0, 10)$ . [Nota: Nell'altra soluzione d'angolo, cioè quella con  $P = 0$  e  $L = 3,3$ ,  $P_L / P_P = 3 > MRS_{L,P} = 0,75$ . Quindi Elena preferirebbe comprare più panini e meno libri, il che è sicuramente possibile. Quindi l'angolo con  $P = 0$  non può essere un ottimo.]



#### 4.8

- a) Come detto, Giulia consuma  $F=10$  e  $L=2$  con un reddito di 24. Inizialmente (con  $P_F = P_L = 2$ ) spende tutto il suo reddito:

$$P_F F + P_L L = 2(10) + 2(2) = 24.$$

Per comprare il suo paniere iniziale ai nuovi prezzi avrebbe bisogno di spendere

solo

$$P_F F + P_L L = 1(10) + 4(2) = 18.$$

Dunque, il suo paniere iniziale giace all'interno del nuovo vincolo di bilancio (assumendo che il suo reddito rimanga uguale a 24). Data la nuova linea di bilancio è in grado di scegliere un nuovo paniere a “Nord-Est” (cioè, un paniere che implica più cibo e più abbigliamento) del suo paniere iniziale, migliorando il suo benessere.

- b) Data la soluzione iniziale, il saggio marginale di sostituzione è sicuramente decrescente. In caso contrario, avremmo una soluzione d'angolo.

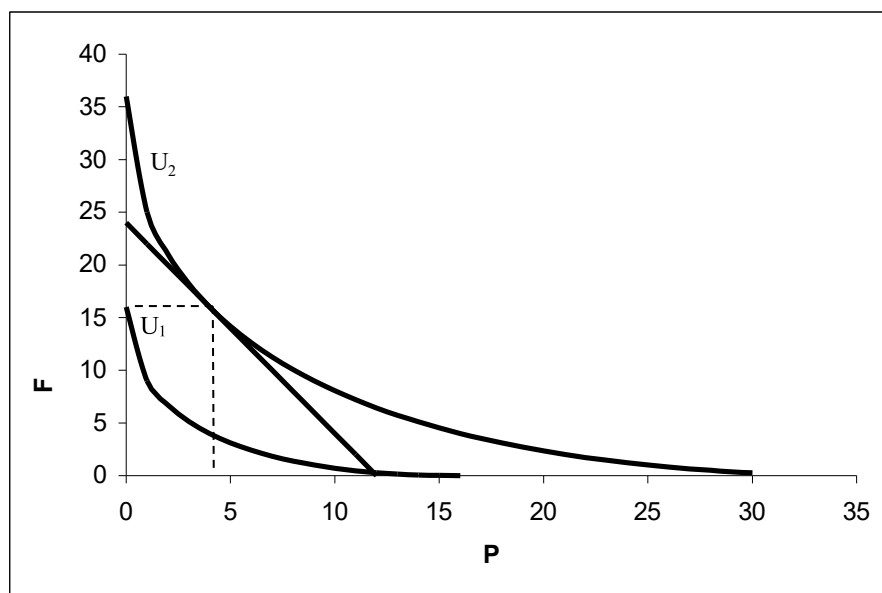
4.9

a)

$$MRS_{P,F} = \frac{MU_P}{MU_F} = \frac{1/(2\sqrt{P})}{1/2\sqrt{F}} = \frac{\sqrt{F}}{\sqrt{P}}$$

Questa funzione di utilità ha un saggio marginale di sostituzione decrescente in quanto  $MRS_{P,F}$  si riduce all'aumentare di  $P$  e al ridursi di  $F$ .

b)



Dato che è possibile avere  $U > 0$  sia se  $P = 0$  (e  $F > 0$ ) che se  $F = 0$  (e  $P > 0$ ), le curve di indifferenza intersecano entrambi gli assi.

c) Per la condizione di tangenza sappiamo che

$$\frac{\sqrt{F}}{\sqrt{P}} = \frac{2}{1}$$

$$F = 4P$$

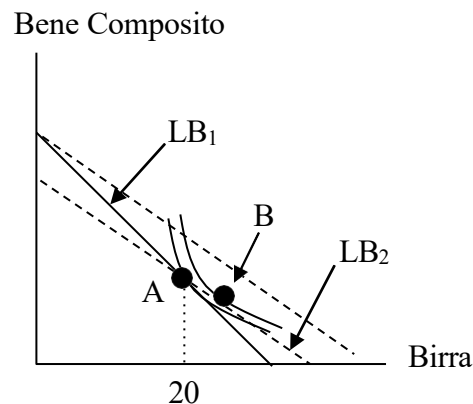
Sostituendo nella linea di bilancio, cioè  $2P + F = 24$ , si ottiene

$$2P + 4P = 24$$

$$P = 4$$

Infine, sostituendo questo risultato nella condizione di tangenza si ha  $F = 4(4) = 16$ . In corrispondenza dell'ottimo il consumatore sceglierà 4 panini e 16 frullati. Ciò si può vedere nel grafico di cui sopra.

4.10

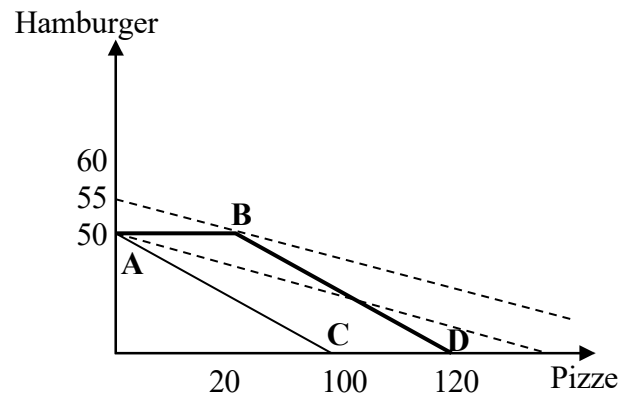


Si supponga che inizialmente lo studente si trovi in corrispondenza di un ottimo interno, il punto  $A$ . Si denoti il prezzo iniziale della birra con  $P$  e il reddito dello studente con  $M$ . Il punto  $A$  consiste di  $R_A = 20$  unità di birra e  $Y_A = M - 20P$  unità di bene composito. L'effetto della proposta è quello di far ruotare la linea di bilancio verso l'esterno (per la variazione di prezzo) e poi farla spostare verso l'interno (per la tassa forfetaria), con un movimento complessivo da  $LB_1$  a  $LB_2$ . Si noti che  $LB_2$  interseca  $LB_1$  esattamente nel punto  $A$ : con la proposta in vigore,  $(R_A, Y_A)$  costa allo studente  $20(P - 0,5) + M - 20P = M - 10$ , che è uguale al suo reddito al netto della tassa.

Poiché inizialmente  $A$  è ottimale, in corrispondenza di tale punto  $MRS_{R,Y} = P$ . Inoltre il rapporto fra i prezzi lungo  $LB_2$  è  $(P - 0,5)$ . Quindi  $MRS_{R,Y} > P_R / P_Y$ , e perciò lo studente può aumentare la sua utilità acquistando più birra e meno bene composito, come nel punto  $B$  illustrato nel grafico di cui sopra. Quindi, la proposta migliorerebbe il benessere dello studente.

#### 4.11

La linea di bilancio iniziale di Paolo è la retta AC, che gli consente di acquistare al massimo 50 hamburger o al massimo 100 pizze. Il buono di \$60 sposta verso l'esterno il suo vincolo di bilancio senza modificare il numero massimo di hamburger che può comprare. Il nuovo vincolo di bilancio è ABD e Paolo può ora comprare un massimo di 120 pizze.



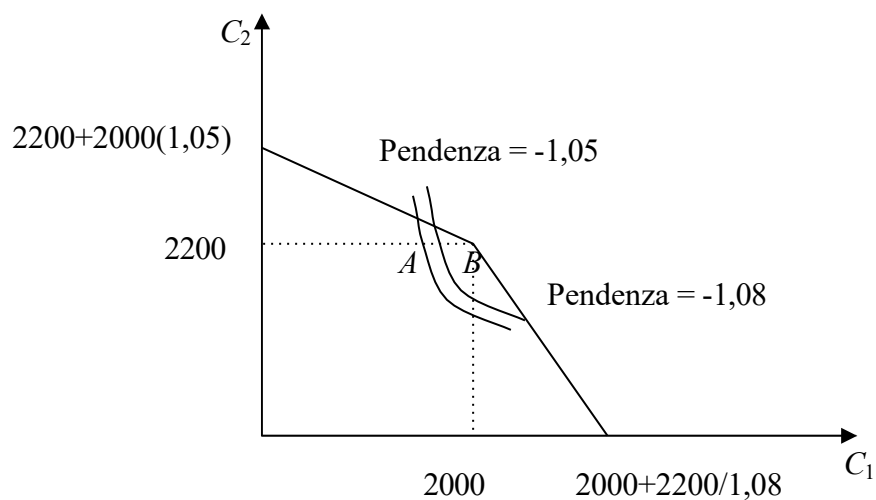
Inizialmente, il paniere ottimale di Paolo contiene tutti hamburger e nessuna pizza e corrisponde al punto A, nel quale  $(P, H) = (0, 50)$ , perchè  $MU_H / P_H = 4/6 > MU_P / P_P = 1/3$ . Il suo livello di utilità in A è  $U(0, 50) = 200$ . Quando ottiene il buono in regalo, il paniere ottimale di Paolo è il punto B, in corrispondenza del quale spende tutto il suo reddito normale in hamburger e il buono di \$60 in pizza. Quindi il punto B è quello nel quale  $(P, H) = (20, 50)$  con un'utilità di  $U(20, 50) = 220$ .

Tuttavia, Paolo potrebbe raggiungere un'utilità di 220 anche consumando  $220/4 = 55$  hamburger. Per comprare i 5 hamburger in più sarebbero necessari  $5 \cdot 6 = \$30$ . Quindi, se Paolo avesse ricevuto in regalo \$30 in contanti, ciò gli avrebbe consentito di ottenere esattamente la stessa soddisfazione che gli deriva dal buono di \$60 spendibile in pizza.

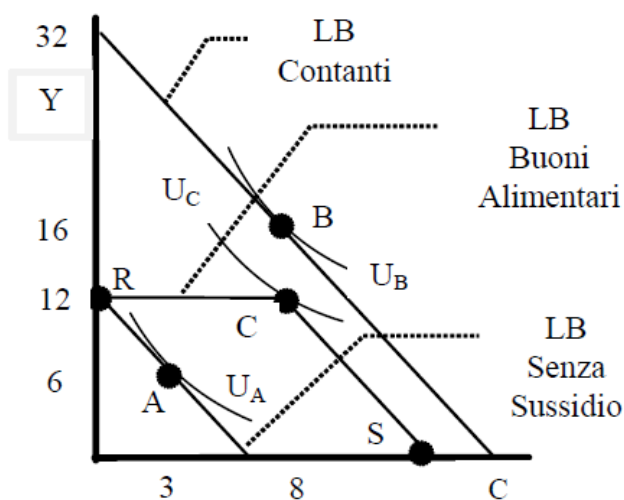
#### 4.12

La funzione di utilità implica che  $MRS_{C1, C2} = C_2 / C_1$ . Nel punto A,  $MRS_{C1, C2} = 1,10$ , che è compreso tra  $(1 + r_L) = 1,05$  e  $(1 + r_B) = 1,12$ . Quindi Marta non prenderà a prestito né presterà e semplicemente spenderà tutto il suo reddito ogni mese.

Se il tasso debitore scende all'8%, allora la parte bassa della linea di bilancio ruota verso l'esterno, come illustrato nel grafico sotto. Quindi nel punto A,  $MRS_{C1, C2} > (1 + r_B) > (1 + r_L)$  dato che  $1,10 > 1,08 > 1,05$ . Ne segue che Marta può aumentare la sua utilità spostandosi dal punto A ad un punto come B, dove prende a prestito, spende più del suo reddito questo mese ( $C_1 > 2000$ ) e meno del suo reddito il mese prossimo ( $C_2 < 2200$ ).



4.13



- a)  $MU_C = C$  e  $MU_C = Y$ , quindi  $MRS_{C,Y} = Y/C$ , che diminuisce all'aumentare di  $C$  lungo una curva di indifferenza. Dato che le curve di indifferenza non intersecano gli assi, il paniere ottimale è interno. In corrispondenza di tale ottimo devono essere soddisfatte due condizioni: (1) tangenza:  $MRS_{C,Y} = P_C / P_Y$ , ossia  $Y = 2C$ , e (2) la linea di bilancio ("LB Senza sussidio" nel grafico):  $2C + Y = 12$ . Quindi  $C = 3$  and  $Y = 6$ . Nel grafico, tale ottimo è rappresentato come punto A.
- b) Abbiamo bisogno di trovare un ottimo interno con  $C = 8$ . All'aumentare del reddito, Samantha sceglie un paniere lungo la curva reddito-consumo, che consiste dei punti di tangenza  $Y = 2C$ . Quindi  $Y = 2(8) = 16$ . La spesa totale sarà dunque  $2C + Y =$

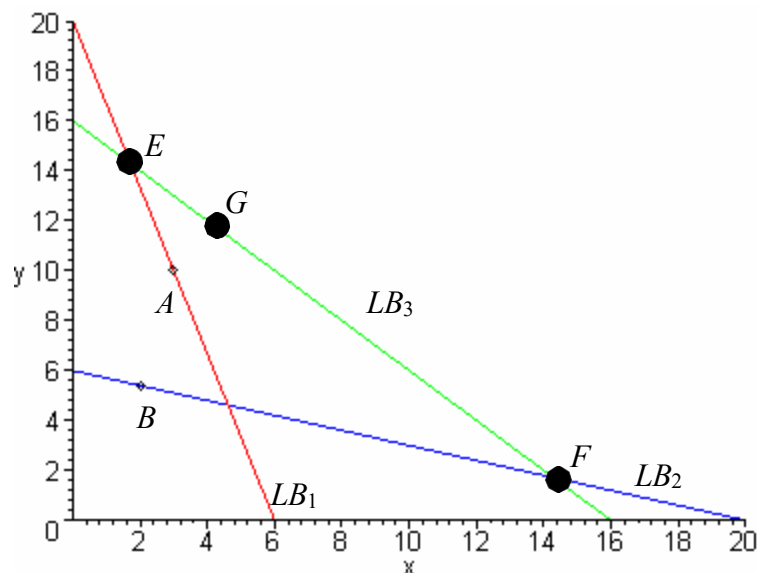


$2(8) + 16 = 32$ . Quindi Samantha ha bisogno di un reddito di 32 (“LB Contanti” nel grafico). Dato che Samantha ha un reddito di 12, ha bisogno di un reddito addizionale di 20 ( $=32 - 12$ ). Per cui il sussidio necessario è 20. Nel grafico, tale ottimo è rappresentato come punto B.

- c) Dal punto (b) sappiamo che, senza alcuna restrizione sulle modalità di spesa del sussidio governativo, Samantha vorrebbe acquistare 16 unità di  $Y$ , che è più di quanto le consentirebbe il suo bilancio (senza sussidio). Quindi ci aspettiamo che usi i buoni alimentari per acquistare le 8 unità di cibo previste e spenda tutto il suo reddito (12) in  $Y$ . In altre parole, Samantha sarà nel punto C del grafico, nello spigolo del vincolo di bilancio RCS (denominato “LB Buoni Alimentari”). Possiamo verificare che  $(C = 8, Y = 12)$  è la scelta ottima guardando alle utilità marginali per euro nel punto C.  $MU_C / \text{prezzo del cibo} = Y/2 = 12/2 = 6$ .  $MU_Y / \text{prezzo di } Y = C/1 = 8$ . Quindi Samantha vorrebbe sostituire  $C$  con  $Y$ , ma non può farlo perchè in corrispondenza del paniere C acquista tutta la quantità del bene composto che può acquistare dato il suo vincolo di bilancio.

4.14

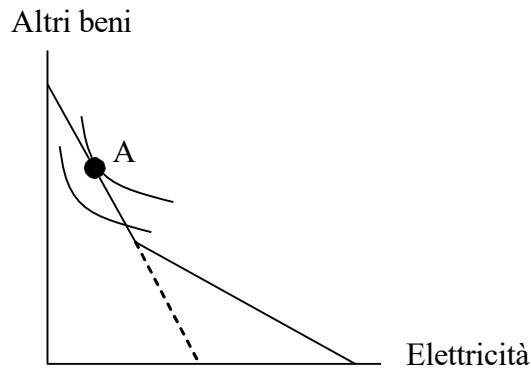
Si denoti con  $E$  il punto di intersezione tra la  $LB_1$  e la  $LB_3$ , e con  $F$  il punto di intersezione tra la  $LB_2$  e la  $LB_3$  (si veda la figura sotto).



Innanzitutto, ogni punto a Nord-Ovest di  $E$ , incluso  $E$ , appartiene all'insieme di bilancio del consumatore quando egli si trova a fronteggiare il vincolo  $LB_1$ . Il fatto che egli scelga  $A$  piuttosto che tali punti implica che  $A$  è debolmente preferito a  $E$  e strettamente preferito ai punti a Nord-Ovest di  $E$ . Inoltre, il punto  $G$  giace sulla  $LB_3$  e si trova più in alto e a destra di  $A$ , quindi  $G \succ A$ . Per la proprietà transitiva  $G$  è strettamente preferito a  $E$  e a tutti i punti sulla  $LB_3$  a Nord-Ovest di  $E$ .

Analogamente,  $A$  è più in alto e a destra di  $B$  quindi  $A \succ B$ . Dato che  $B$  è debolmente preferito a qualunque punto sulla  $LB_2$ , incluso  $F$ , per la proprietà transitiva sappiamo che  $A$  è strettamente preferito a  $F$  e a tutti i punti sulla  $LB_3$  più in basso e a destra di  $F$ . E dato che  $G \succ A$ , sappiamo che anche  $G$  è strettamente preferito a tali punti. Quindi il consumatore sceglierebbe qualunque punto tra  $E$  e  $F$  sulla  $LB_3$ , ad eccezione di  $E$  e  $F$  stessi.

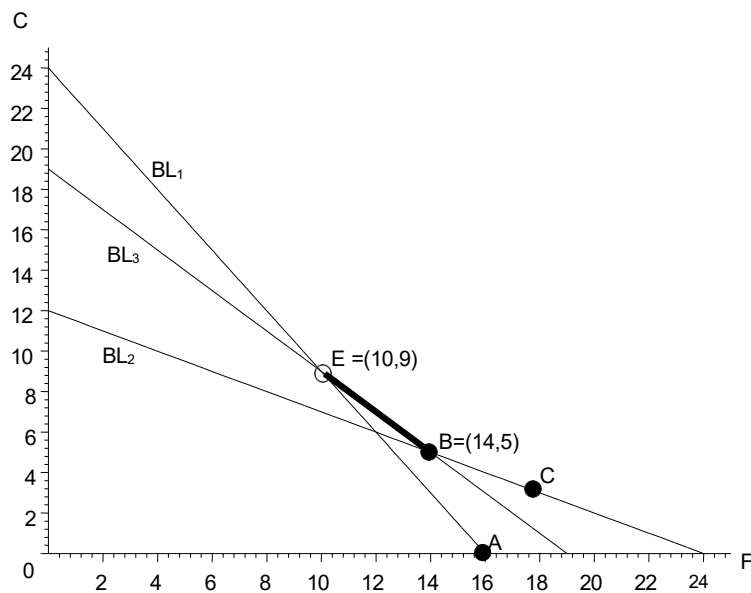
4.15



Con questo insieme di curve di indifferenza, la tangenza si verifica nella parte della linea di bilancio su cui lo sconto di quantità non ha avuto effetto. Quindi il consumatore non ha alcun beneficio dallo sconto di quantità.

4.16

a)



B è debolmente preferito a C, che è strettamente preferito ad A. Per la transitività, B è strettamente preferito ad A.

b) Sappiamo che Alessandro sceglierà un paniere sulla  $BL_3$ .

Non sceglierà un paniere sulla  $BL_1$  o all'interno di questa. Perché? Potrebbe scegliere B, e  $B \succ A$  (per il punto a).

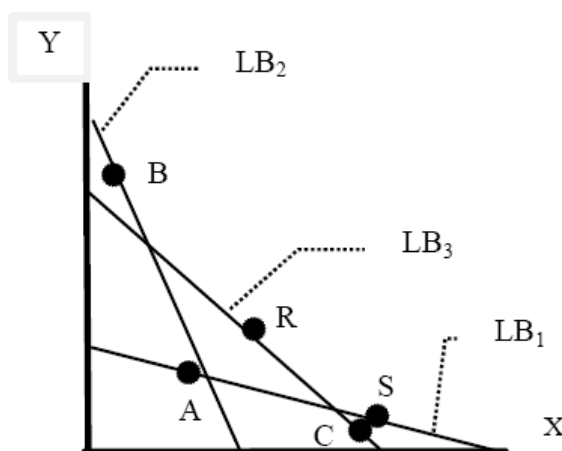
Data la  $BL_1$  sceglie A invece di altri panieri sulla  $BL_1$ , tutti raggiungibili.

Non sceglierà un paniere sulla  $BL_3$  a sud-est di B. Perché? Data la  $BL_2$  sceglie B, e B è strettamente preferito a qualunque altro paniere all'interno della  $BL_3$ , inclusi quelli sulla  $BL_2$  a sud-est di B.

Quindi, potrebbe scegliere un paniere sulla  $BL_3$  tra B ed E, escluso E. Questo insieme di panieri nel grafico è rappresentato dal segmento marcato.

4.17

Dalla  $LB_1$  deduciamo che A è debolmente preferito a S, e che S è g preferito a C; per la transitività, concludiamo che A è strettamente preferito a C.



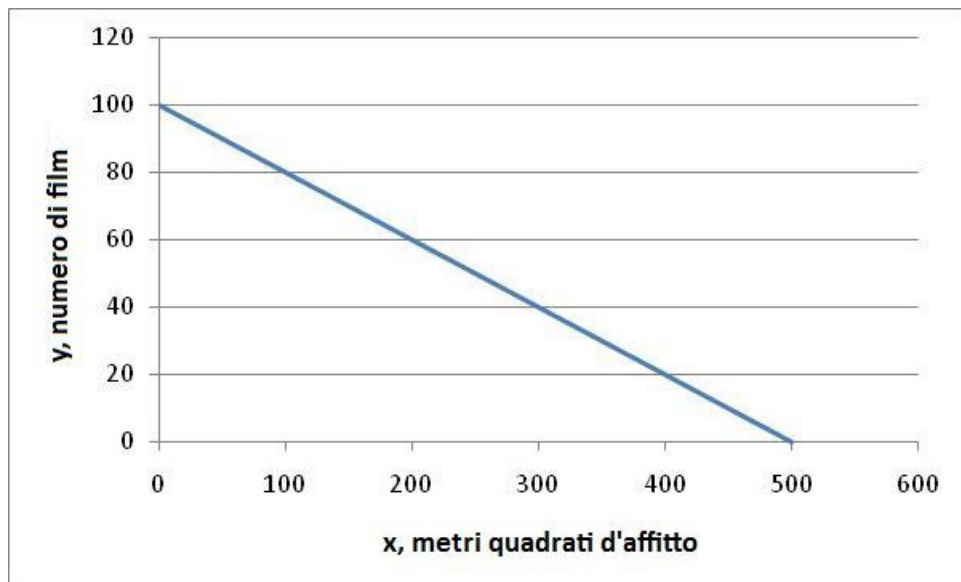
Dalla  $LB_3$  deduciamo che C è debolmente preferito a R, che è strettamente preferito ad A; per la transitività concludiamo che C è strettamente preferito ad A.

Non può essere contemporaneamente vero che A è strettamente preferito a C e che C è strettamente preferito ad A, perché ciò implicherebbe che A è strettamente preferito a se stesso. O le preferenze sono intransitive, o Caterina non massimizza la sua utilità in nessuno dei tre mesi.

4.18

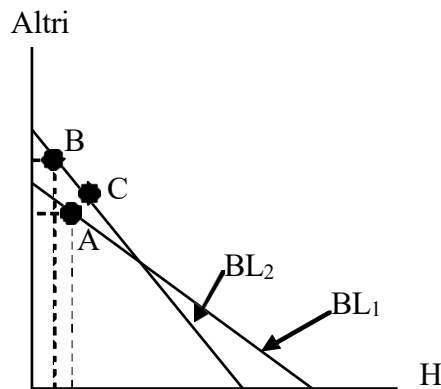
a)  $2x + 0y \leq 1000$

b)



- c) La massima quantità di metri quadrati d'affitto che Pietro può comprare è data dal suo reddito diviso il prezzo per metro quadrato:  $€1,000/€2$  per metro quadrato = 500 metri quadrati.
- d) Il numero massimo di film che Pietro può andare a vedere è dato dal suo reddito diviso il prezzo del biglietto:  $€1,000/€10$  per biglietto = 100 biglietti.
- e) La linea di bilancio non cambia.  
 Inizialmente, la linea di bilancio (con  $x$  sull'asse delle ascisse e  $y$  sull'asse delle ordinate) ha un'intercetta orizzontale pari a  $1000/2 = 500$  e un'intercetta verticale pari a  $1000/10 = 100$ . La pendenza della linea di bilancio è  $-2/10 = -0,20$  (il prezzo per metro quadrato diviso il prezzo del biglietto).  
 Se lo stipendio di Pietro e i prezzi aumentano abbiamo:
- Intercetta orizzontale della linea di bilancio:  $1000(1,10)/(2(1,10)) = 500$
  - Intercetta verticale della linea di bilancio:  $1000(1,10)/(10(1,10)) = 100$
  - Pendenza della linea di bilancio:  $-2(1,10)/(10(1,10)) = -0,20$ .
- Questi valori sono uguali a quelli precedenti e quindi la linea di bilancio non cambia.

4.19

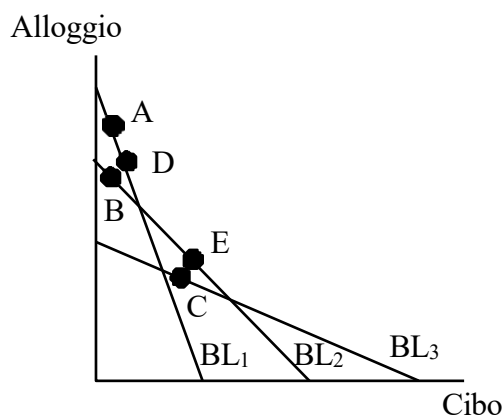


Data la linea di bilancio iniziale,  $BL_1$ , Silvia sceglie il punto A, in corrispondenza del quale  $(x_A, y_A) = (2, 80)$ . Quando il suo reddito e l'affitto aumentano, la linea di bilancio è la  $BL_2$  e Silvia sceglie il punto B, in corrispondenza del quale  $(x_B, y_B) = (1, 105)$ . Dato che l'equazione della  $BL_1$  è  $10x + y = 100$  e quella della  $BL_2$  è  $15x + y = 120$ , possiamo calcolare che esse si intersecano in corrispondenza di  $x = 4$ , cioè alla destra del punto A sulla  $BL_1$ .

Si consideri un ipotetico paniere C sulla  $BL_2$  a nord-est di A. Possiamo dedurre che  $B \succ A$ , poiché  
 (i) B è debolmente preferito a C (dato che B è stato scelto quando C poteva essere acquistato), e  
 (ii) C è strettamente preferito ad A (dato che C si trova a nord-est di A). Per la transitività, B deve essere strettamente preferito ad A.

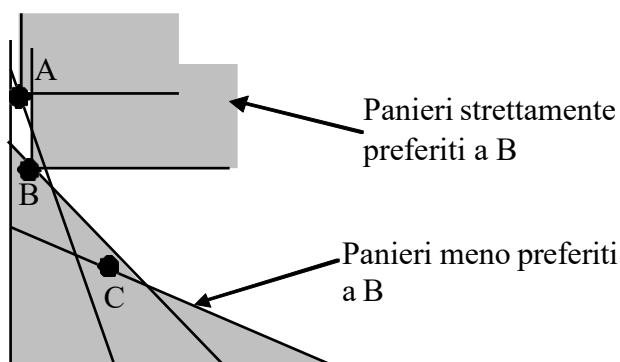
4.20

- a) Dalla figura possiamo dedurre che  $A > B$ , che  $B > C$ , e quindi per la transitività che  $A > C$ .



In primo luogo, A deve essere strettamente preferito a B dato che A è debolmente preferito a D e D è strettamente preferito a B. In secondo luogo, B deve essere strettamente preferito a C dato che B è debolmente preferito ad E ed E è strettamente preferito a C. Quindi per la transitività A deve essere strettamente preferito a C.

b)



B è strettamente preferito a qualunque altro paniere all'interno della  $BL_2$ . Inoltre, dato che B è strettamente preferito a C, B sarà strettamente preferito a qualunque altro paniere all'interno della  $BL_3$ , inclusi i punti lungo la  $BL_3$  stessa (dato che C è debolmente preferito a qualunque altro paniere sulla  $BL_3$ ).

- c) Si veda il grafico di cui al punto (b). Qualunque paniere a nord-est di B è strettamente preferito a B. Inoltre, dato che A è strettamente preferito a B [si veda il punto (a)], ogni altro paniere a nord-est di A deve essere anche strettamente preferito a B. Si noti, comunque, che ci sono punti sulla  $BL_1$  (sia a nord-ovest che a sud-est di A) per i quali non possiamo dedurre nulla.