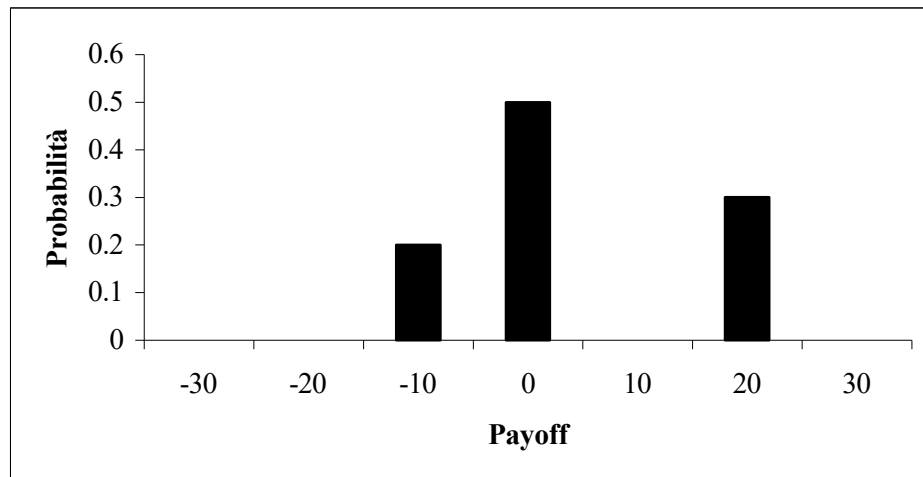


Capitolo 15

Rischio e informazione

Soluzioni dei Problemi

15.1 a)



b)

$$EV = 0,2(-10) + 0,5(0) + 0,3(20)$$

$$EV = 4,0$$

c)

$$Varianza = 0,2(-10 - 4)^2 + 0,5(0 - 4)^2 + 0,3(20 - 4)^2$$

$$Varianza = 124$$

$$\text{Deviazione standard} = \sqrt{Varianza}$$

$$\text{Deviazione standard} = \sqrt{124}$$

$$\text{Deviazione standard} = 11,14$$

15.2

a)

$$EV = 0,5(10) + 0,5(-10)$$

$$EV = 0$$

$$Varianza = 0,5(10 - 0)^2 + 0,5(-10 - 0)^2$$

$$Varianza = 100$$

b)

$$EV = 0,25(10) + 0,5(0) + 0,25(-10)$$

$$EV = 0$$

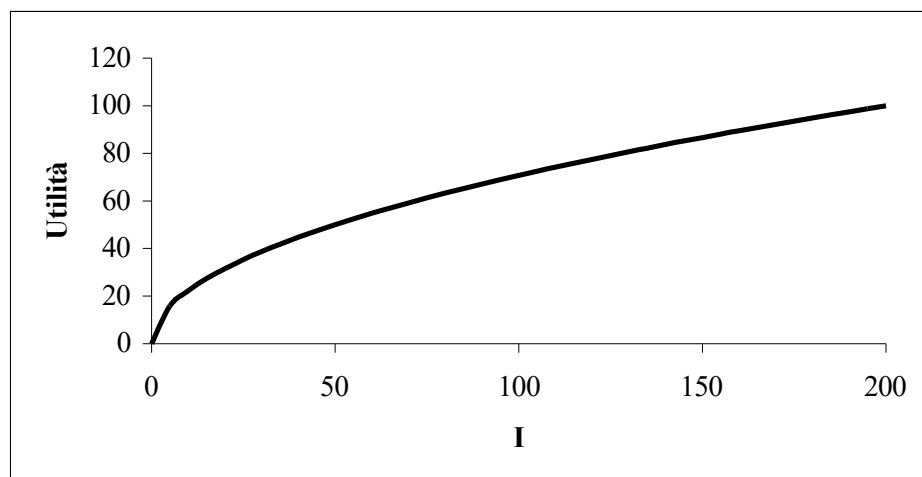
$$Varianza = 0,25(10 - 0)^2 + 0,5(0 - 0)^2 + 0,25(-10 - 0)^2$$

$$Varianza = 50$$

Questa seconda lotteria ha una varianza minore poichè le probabilità associate al vincere o perdere €10, pari a 0,25, sono minori delle probabilità associate al vincere o perdere €10 nella prima lotteria, che sono pari a 0,50. Nella seconda lotteria c'è una probabilità del 50% di ottenere un payoff di €0 e ciò riduce la varianza della lotteria.

15.3 La prima lotteria ha la varianza più alta. Ciò può essere verificato attraverso il calcolo diretto. Ma si può anche dedurre dal fatto che nella seconda lotteria vi è una maggiore probabilità che l'esito sia 3 o 4 (che si trovano al centro della distribuzione), mentre nella prima lotteria ogni numero è egualmente probabile.

15.4 a)



b)

$$EV = 0,75(0) + 0,25(200)$$

$$EV = 50$$

c)

$$\text{Utilità attesa} = 0,75 \sqrt{50(0)} + 0,25 \sqrt{50(200)}$$

$$\text{Utilità attesa} = 25$$

d)

$$\text{Utilità} = \sqrt{50(50)}$$

$$\text{Utilità} = 50$$

L'utilità associata al payoff certo di 50 è maggiore dell'utilità attesa della lotteria con lo stesso payoff atteso. Quindi, con questa funzione di utilità l'agente è avverso al rischio dato che preferisce la cosa certa a una lotteria con uguale valore atteso.

15.5

Il valore atteso della lotteria A è $0.5 \cdot 100 + 0.5 \cdot 0 = 50$

Il valore atteso della lotteria B è 49.

Per l'individuo 1, neutrale al rischio, l'utilità associata alla lotteria A è:

$$0.5 \cdot 100^1 + 0.5 \cdot 0^1 = 0.5 \cdot 100 = 50$$

mentre l'utilità associata alla lotteria B è:

$$49^1 = 49. \text{ L'individuo sceglie la lotteria A}$$

Per l'individuo 1, avverso al rischio, l'utilità associata alla lotteria A è:

$$0.5 \cdot 100^2 + 0.5 \cdot 0^2 = 0.5 \cdot 10000 = 5000$$

mentre l'utilità associata alla lotteria B è:

$$49^2 = 2401. \text{ L'individuo sceglie la lotteria A}$$

Per l'individuo 1, avverso al rischio, l'utilità associata alla lotteria A è:

$$0.5 \cdot 100^{1/2} + 0.5 \cdot 0^{1/2} = 0.5 \cdot 10 = 5$$

mentre l'utilità associata alla lotteria B è:

$$49^{1/2} = 7. \text{ L'individuo sceglie la lotteria B}$$

15.6

Il valore atteso della lotteria A è $0.5 \cdot 100 + 0.5 \cdot 0 = 50$

Il valore atteso della lotteria B è 100.

Un individuo amante del rischio sceglie comunque B

15.7 a)

$$EV_A = 0,90(0) + 0,10(400)$$

$$EV_A = 40$$

$$EV_B = 0,50(30) + 0,50(50)$$

$$EV_B = 40$$

Quindi, le lotterie hanno lo stesso valore atteso.

$$Varianza_A = 0,90(0 - 40)^2 + 0,10(400 - 40)^2$$

$$Varianza_A = 14400$$

$$Varianza_B = 0,50(30 - 40)^2 + 0,50(50 - 40)^2$$

$$Varianza_B = 100$$

Quindi, la lotteria *B* ha una varianza minore della lotteria *A*.

b)

$$Utilità\ attesa_A = 0,90\sqrt{0 + 500} + 0,10\sqrt{400 + 500}$$

$$Utilità\ attesa_A = 23,13$$

$$Utilità\ attesa_B = 0,50\sqrt{30 + 500} + 0,50\sqrt{50 + 500}$$

$$Utilità\ attesa_B = 23,24$$

Quindi, la lotteria *B* ha l'utilità attesa più elevata. In generale, quando due lotterie hanno lo stesso valore atteso ma varianze diverse, un agente avverso al rischio ottiene un'utilità attesa maggiore dalla lotteria con la varianza più bassa.

c)

$$\text{Utilità attesa}_A = 0,90(0 + 500) + 0,10(400 + 500)$$

$$\text{Utilità attesa}_A = 540$$

$$\text{Utilità attesa}_B = 0,50(30 + 500) + 0,50(50 + 500)$$

$$\text{Utilità attesa}_B = 540$$

Con questa funzione di utilità le due lotterie hanno lo stesso valore atteso e la stessa utilità attesa. In generale, quando due lotterie hanno lo stesso valore atteso ma varianze diverse, un agente neutrale al rischio è indifferente tra le due lotterie, *cioè*, cioè avrà la stessa utilità attesa per entrambe. Quindi, questa funzione di utilità corrisponde a un agente neutrale al rischio.

d)

$$\text{Utilità attesa}_A = 0,90(0 + 500)^2 + 0,10(400 + 500)^2$$

$$\text{Utilità attesa}_A = 306.000$$

$$\text{Utilità attesa}_B = 0,50(30 + 500)^2 + 0,50(50 + 500)^2$$

$$\text{Utilità attesa}_B = 291.700$$

Con questa funzione di utilità, l'agente ha un'utilità attesa più alta dalla lotteria A. In generale, quando due lotterie hanno lo stesso valore atteso ma varianze diverse, un agente amante del rischio preferisce la lotteria con la varianza maggiore, in questo caso la lotteria A.

- 15.8 a) Esempi di funzioni di utilità tipiche di un agente neutrale al rischio sono: $U = 10I$, $U = 20 + 5I$, o $U = I/50$. L'aspetto fondamentale è che l'utilità marginale del reddito è costante.
- b) Esempi di funzioni di utilità tipiche di un agente avverso al rischio sono: $U = \sqrt{I}$, $U = \log I$, o $U = 1 - I^2$. In tutti questi casi l'utilità marginale è decrescente in I. Ad esempio, si consideri $U = 1 - I^2$. L'utilità marginale in questo caso è $MU = 2I$ ³. Rappresentando questa funzione, si vede che l'utilità marginale decresce in I.
- c) Esempi di funzioni di utilità tipiche di un agente amante del rischio sono: $U = I^2$, $U = 5I^3$, $U = 2I + 3I^2$. In tutti questi casi l'utilità marginale cresce in I. Ad esempio, si consideri $U = 2I + 3I^2$. L'utilità marginale è $MU = 2 + 6I$. Essa è chiaramente crescente in I.

15.9

a) Rimanendo non assicurati, si fronteggia una lotteria nella quale si ha il 10% di conseguire beni per €80.000 e una probabilità del 90% di conseguire beni per €100.000. Il valore atteso è dunque € 98.000.

Se si acquista la polizza assicurativa per €500, allora in assenza di furto si hanno $100.000 - 500 = €99.500$ mentre nel caso di furto si hanno $100.000 - 500 - 20.000 + 20.000 = €99.500$. Il valore atteso, nel caso di acquisto della polizza, è dunque €99,500. Dato che il valore atteso con assicurazione eccede quello senza assicurazione, si dovrebbe acquistare la polizza per €500.

b) Possiamo costruire una tabella che mostra i possibili risultati. Le cifre rappresentano i valori in beni alla fine dell'anno a seconda delle situazioni riportate nelle righe e nelle colonne corrispondenti. Di seguito il caso con €1.500.

	Con furto	Senza furto	Valore atteso
Senza assicurazione	€80.000	€100.000	€98.000
Con assicurazione	€98.500	€98,500	€98,500
Probabilità	0,10	0,90	

Se la polizza costa €1.500, si migliora la propria situazione di €500 se la si acquista.

Di seguito il caso con €3.000.

.

	Con furto	Senza furto	Valore atteso
Senza assicurazione	€80.000	€100.000	€98.000
Con assicurazione	€97.000	€97.000	€97.000
Probabilità	0,10	0,90	

Se la polizza costa €3.000, si migliora la propria situazione di €1.000 se non la si acquista.

c) Poiché senza polizza si avrebbe un valore atteso di €2.000 più basso rispetto al valore dei beni, il massimo che si sarebbe disposti a pagare per una polizza assicurativa che rimborsa totalmente le perdite è €2.000.

15.10 Se non si assicura, l'utilità attesa di Augusto è

$$0,95\sqrt{100.000} + 0,05\sqrt{20.000} = 307,49$$

Se si assicura al prezzo P , la sua utilità attesa è $\sqrt{100.000 - P}$. L'ammontare massimo che è disposto a pagare è P tale che: $\sqrt{100.000 - P} = 307,49$, ossia $100.000 - P = 94550$; ciò implica che $P = €5450$. Quindi, il massimo che Augusto è disposto a pagare per questa polizza assicurativa è €5450.

15.11 L'utilità attesa di Filippo se acquista la prima polizza è

$$0,01\sqrt{120000 - 60000 + 59000 - 5900} + 0,99\sqrt{120000 - 5900} = 337,77.$$

Se acquista la seconda polizza, la sua utilità attesa è

$$0,01\sqrt{120000 - 60000 + 60000 - 6000} + 0,99\sqrt{120000 - 6000} = 337,64$$

L'utilità attesa di Filippo è più alta se acquista la prima polizza.

15.12

a) Se un individuo si assicura, la sua utilità (certa) è

$$\sqrt{90.000 - 5.900} = 290.$$

Se un individuo non si assicura, la sua utilità attesa è

$$\begin{aligned} & q\sqrt{90.000 - 50.000} + (1 - q)\sqrt{90.000} \\ & = 200q + 300(1 - q) = 300 - 100q \end{aligned}$$

Un individuo si assicura se

$$\begin{aligned} 290 & \geq 300 - 100q, \text{ ossia} \\ q & \geq 0,10. \end{aligned}$$

In altri termini, I soggetti che sono fiduciosi al 90% o più che non incorreranno nella perdita non acquisteranno l'assicurazione

- b) Se il premio assicurativo è aumentato a €27,500, un individuo che si assicura un'utilità certa di

$$\sqrt{90.000 - 27.500} = 250.$$

L'individuo consegue ancora un'utilità attesa di $300 - 100q$ se non si assicura. Quindi, an egli acquisterà assicurazione se

$$250 \geq 300 - 100q, \text{ ossia}$$

$$q \geq 050.$$

- 15.13 Ci sono due problemi a causa dei quali potrebbe essere difficile per la compagnia assicurativa ottenere dei profitti.

Il primo è un problema di *selezione avversa*.. Come notato nella traccia, le compagnie ferroviarie presentano rischi diversi, ma potrebbe essere difficile per la compagnia assicurativa individuare le caratteristiche di rischio delle compagnie ferroviarie. Per esempio, la compagnia ferroviaria è probabilmente meglio informata della compagnia assicurativa circa le condizioni dei suoi vagoni. Ciò rende difficile l'adattamento dei termini della polizza al profilo di rischio della compagnia ferroviaria. Ciò rappresenta un problema perchè le compagnie ferroviarie i cui vagoni sono in buone condizioni potrebbero decidere di non assicurarsi. Esse potrebbero scegliere di "autoassicurarsi" prendendo alcune precauzioni contro i deragliamenti (il che potrebbe non essere molto costoso, visto che il rischio di deragliamento è in ogni caso molto basso), o potrebbero semplicemente fare a meno dell'assicurazione. Ciò significa che il mercato potrebbe essere costituito principalmente da compagnie ferroviarie i cui vagoni sono in cattive condizioni e per le quali il rischio di deragliamento è corrispondentemente più elevato. La compagnia assicurativa potrebbe non essere in grado di fare sufficienti profitti con questo insieme di compagnie ad alto rischio. Ancora peggio, se la compagnia assicurativa cerca di alzare i prezzi per aumentare i profitti, le compagnie ferroviarie che più probabilmente "lasciano" il mercato come reazione a polizze assicurative più costose, sono quelle (nell'insieme delle compagnie ferroviarie ad alto rischio) che presentano i rischi minori. Quindi, la compagnia assicurativa, cercando di aumentare i prezzi, peggiora le cose!

Il secondo problema è l' *azzardo morale*. Una volta che la compagnia ferroviaria si è assicurata contro il rischio di fuoriuscite chimiche, potrebbe porre meno attenzione nel prevenire tali problemi. i conduttori dei treni potrebbero viaggiare più velocemente, magari violando i limiti di velocità, e quindi facendo aumentare il rischio di deragliamento. La compagnia potrebbe lesinare sugli investimenti in nuovi vagoni o rotaie rendendo più probabile un deragliamento. A causa della minore cura posta dalla compagnia ferroviaria e di un maggiore rischio di deragliamento, potrebbe essere difficile per la compagnia assicurativa conseguire profitti su questo prodotto assicurativo.

- 15.14 Sulla base delle informazioni date, il profitto derivante dalla vincita dell'asta è (posto che Giovanni offra Q)

$$\pi = (200 - Q) \left(\frac{Q}{250} \right)$$
$$\pi = (0,80 - 0,004Q)Q$$

In corrispondenza dell'offerta ottima, il profitto marginale è pari a zero. Quindi, all'ottimo, l'offerta deve soddisfare

$$0,80 - 0,008Q = 0$$

$$0,008Q = 0,80$$

$$Q = 100$$

Quindi, l'offerta ottima è pari a 100, che è pari alla metà della valutazione, 200. Quindi, la strategia dichiarare metà della propria valutazione è un equilibrio di Nash; è il meglio che si può fare data la strategia dell'altro giocatore.