

Interferenza e diffrazione

Concetti da rivedere

- Fase dell'onda (Paragrafo 11.5)
- Principio di sovrapposizione (Paragrafo 11.7)
- Interferenza e diffrazione (Paragrafo 11.9)
- Fronti d'onda, raggi di luce e principio di Huygens (Paragrafo 21.1)
- Riflessione e rifrazione (Paragrafi 21.2 e 21.3)
- Spettro elettromagnetico (Paragrafo 20.3)
- Intensità (Paragrafo 20.6)

APPLICAZIONI BIOMEDICHE



- Colori iridescenti in farfalle, uccelli e altri animali (Paragrafo 23.3; Quesito 16; Problemi 9, 10)
- Microscopia a interferenza (Paragrafo 23.2)
- Risoluzione dell'occhio umano (Paragrafo 23.8; Problemi 54, 57, 61)
- Studi di diffrazione di raggi X su acidi nucleici e proteine (Paragrafo 23.9)

23.1 INTERFERENZA COSTRUTTIVA E DISTRUTTIVA

Nei Capitoli 21 e 22 è stata trattata l'*ottica geometrica*, che comprende la riflessione, la rifrazione e la formazione di immagini. Questi processi sono stati trattati considerando raggi luminosi che seguono traiettorie rettilinee; i raggi luminosi subiscono variazioni di direzione indotte sia dalla riflessione che dalla rifrazione sulla superficie di separazione tra due mezzi. L'ottica geometrica rappresenta un'utile approssimazione valida quando gli oggetti illuminati e le fenditure attraversate dalla luce possono essere considerati grandi rispetto alla lunghezza d'onda della luce stessa.

In questo capitolo tratteremo l'*ottica fisica*, in cui la natura ondulatoria della luce diviene rilevante. Nell'ottica fisica si considerano fenomeni che si originano quando la luce attraversa ostacoli o fenditure con dimensioni *comparabili* alla sua lunghezza d'onda. In questi casi, occorre considerare i fenomeni di interferenza e di diffrazione della luce.

Qualsiasi tipo di onda può dar luogo a interferenza o diffrazione perché questi fenomeni sono manifestazioni del principio di sovrapposizione, il quale affer-

ma che la perturbazione ondulatoria in qualsiasi punto dovuta a due o più onde è la somma delle perturbazioni generate da ciascuna onda. La sovrapposizione delle onde non rappresenta quindi un nuovo principio fisico relativo alla luce. È stato impiegato in precedenza nel studio delle onde sonore e di altre onde meccaniche (vedi Paragrafi 11.7 e 11.9). È stato anche impiegato per determinare i campi elettrici e magnetici dovuti a più di una sorgente; i campi elettrici o magnetici sono le somme vettoriali dei campi dovuti a ciascuna sorgente individualmente (vedi Paragrafi 15.4 e 18.8). Ora applicheremo il principio di sovrapposizione alle onde elettromagnetiche.

Sorgenti coerenti e incoerenti

Perché non osserviamo, utilizzando luce visibile, gli effetti prodotti dall'interferenza? Con luce generata da sorgenti luminose come il sole, le lampade a incandescenza o a fluorescenza non si osserva il fenomeno dell'interferenza costruttiva e distruttiva; piuttosto l'*intensità* luminosa in ogni punto è data dalla somma delle intensità dovute alle singole onde. La luce emessa da queste sorgenti è prodotta, a livello atomico, da un numero elevato di sorgenti tra loro *independenti*. Le onde prodotte sono tra loro **incoerenti**, cioè non mantengono una relazione di fase costante. Quindi, nota la fase dell'onda in un punto, non si può prevedere in alcun modo la fase dell'onda in un altro punto (per es., se l'onda è in un massimo o in un minimo). Onde incoerenti presentano *rapide fluttuazioni* di fase. Il risultato è una media degli effetti di interferenza, cosicché l'intensità totale (o l'energia per unità di area) è data dalla somma delle intensità delle singole onde.

Solo la sovrapposizione di onde **coerenti** produce il fenomeno dell'interferenza. Le onde coerenti, infatti, si trovano in una relazione di fase costante tra loro. Le onde *coerenti* e *incoerenti* rappresentano delle estreme idealizzazioni: in generale tutte le onde reali si trovano in situazioni intermedie tra questi due limiti. La luce emessa da un laser può essere altamente coerente – due punti nel fascio possono essere coerenti anche se separati da diversi chilometri. La luce emessa da una sorgente puntiforme molto distante (come, per es., la luce generata da una stella o dal Sole) presenta qualche grado di coerenza.

Il fisico britannico Thomas Young (1773-1829) effettuò i primi esperimenti di interferenza della luce visibile ideando un sistema geniale per ottenere due o più sorgenti di luce coerente partendo da una unica sorgente luminosa (Figura 23.1). Quando una sottile fenditura viene illuminata, l'onda luminosa che attraversa la fenditura subisce diffrazione. La fenditura diviene quindi una sorgente coerente che viene utilizzata per illuminare due altre fenditure che

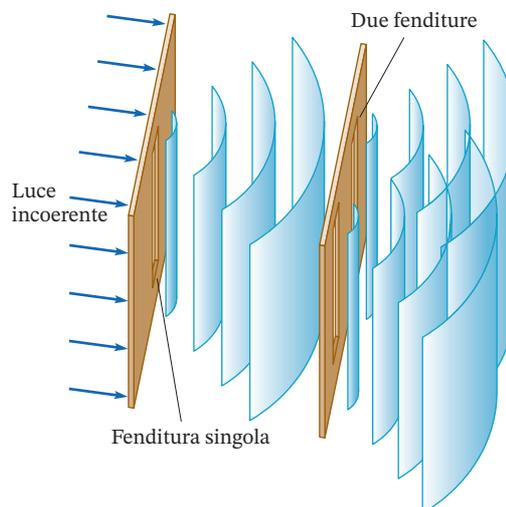


Figura 23.1

Esperimento di Young per due fenditure illuminate da luce coerente. La singola fenditura sulla sinistra agisce come sorgente di luce coerente.

● Nella sovrapposizione di onde *incoerenti* l'intensità è pari alla somma delle intensità delle singole onde.

si comportano come due nuove sorgenti di luce coerente producendo interferenza.

Interferenza di due onde coerenti

Due onde sono dette *in fase* quando il punto di massima intensità (o picco) di un'onda coincide con quello dell'altra onda. La differenza di fase tra due onde in fase è quindi un multiplo intero di 2π rad: $0, \pm 2\pi$ rad, $\pm 4\pi$ rad e così via, che possiamo anche scrivere come $2m\pi$ rad, dove m indica un numero intero arbitrario.

La sovrapposizione di due onde in fase produce un'onda con ampiezza data dalla somma delle ampiezze delle singole onde. Per esempio, nella Figura 23.2 sono rappresentate due onde sinusoidali in fase. Le loro ampiezze sono $2A$ e $5A$. Quando le due onde si sovrappongono, l'onda risultante ha un'ampiezza data da $2A + 5A = 7A$. La sovrapposizione di due onde *in fase* viene chiamata **interferenza costruttiva**.

Nell'interferenza costruttiva l'intensità dell'onda risultante (I) risulta *maggiore* della somma delle singole intensità ($I_1 + I_2$). Poiché l'intensità è proporzionale al quadrato dell'ampiezza dell'onda (vedi Paragrafo 20.6) si ha $I = CA^2$, $I_1 = CA_1^2$, $I_2 = CA_2^2$, dove C indica una costante. (Per la luce e le altre onde elettromagnetiche A_1 , A_2 , e A possono indicare sia l'ampiezza del campo elettrico che quella del campo magnetico, poiché tali campi sono tra loro proporzionali). Poiché vale $A = A_1 + A_2$:

$$CA^2 = C(A_1 + A_2)^2 = CA_1^2 + CA_2^2 + 2CA_1A_2$$

perciò:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}$$

Poiché l'intensità è anche pari all'energia che attraversa l'unità d'area nell'unità di tempo, da dove proviene l'eccesso di energia prodotto dall'interferenza costruttiva? L'energia totale si conserva sempre. In questo caso si ha semplicemente che, se in alcuni punti vale $I > I_1 + I_2$, allora in altri punti deve valere $I < I_1 + I_2$.

L'interferenza costruttiva quindi non crea nuova energia, ma ridistribuisce soltanto l'energia nello spazio. Per riassumere:

Interferenza costruttiva di due onde

$$\text{Differenza di fase } \Delta\phi = 2m\pi \text{ rad } (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (23-1)$$

$$\text{Ampiezza } A = A_1 + A_2 \quad (23-2)$$

$$\text{Intensità } I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \quad (23-3)$$

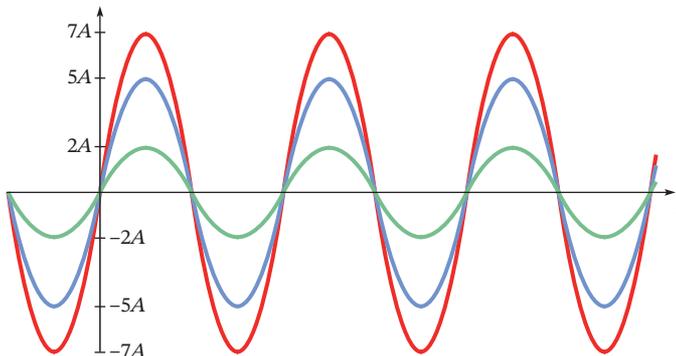
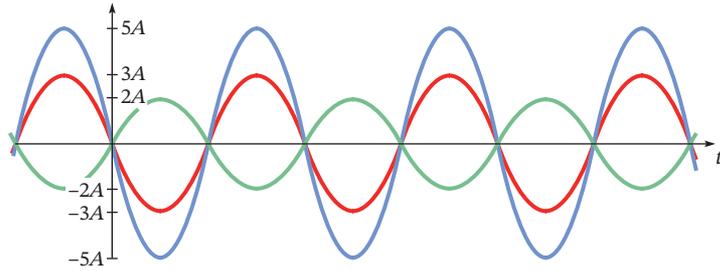


Figura 23.2 Due onde coerenti (verde e blu) con ampiezza $2A$ e $5A$. Poiché sono in fase, l'interferenza sarà costruttiva. La sovrapposizione delle due onde (in rosso) ha ampiezza $7A$. Si noti che spostando una qualsiasi delle due onde verso destra o sinistra per un numero intero di periodi non cambia la somma delle due.

Figura 23.3

Interferenza distruttiva di due onde (verde e blu) con ampiezza $2A$ e $5A$. La sovrapposizione delle due onde (in rosso) ha ampiezza $3A$. Si noti che spostando una qualsiasi delle due onde verso destra o sinistra per un numero intero di periodi non cambia la somma delle due. Spostando una delle due onde di *mezzo* periodo, invece, la sovrapposizione delle due onde cambia da distruttiva a *costruttiva*.



Due onde sfasate di 180° sono separate da mezzo ciclo, cioè dove un'onda presenta un punto di massimo l'altra onda presenta un punto di minimo (Figura 23.3). La sovrapposizione di tali onde viene chiamata **interferenza distruttiva**. La differenza di fase per l'interferenza distruttiva è data da π rad più un multiplo intero di 2π rad. Quindi si ha $\Delta\phi = \pi + 2m\pi$ rad $= (m + \frac{1}{2})2\pi$ rad, dove m indica un numero intero arbitrario.

L'interferenza distruttiva di due onde con ampiezza $2A$ e $5A$ produce un'onda con ampiezza risultante $3A$. L'ampiezza totale si annulla completamente solo quando le due onde hanno la stessa ampiezza. Due onde possono quindi avere una relazione di fase qualsiasi compresa tra questi due limiti: in fase o sfasate di 180° . Per riassumere:

Interferenza distruttiva di due onde

$$\text{Differenza di fase } \Delta\phi = (m + \frac{1}{2})2\pi \text{ rad} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (23-4)$$

$$\text{Ampiezza } A = |A_1 - A_2| \quad (23-5)$$

$$\text{Intensità } I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (23-6)$$

Mettili alla prova 23.1

La differenza di fase tra due onde coerenti può essere $\pi/3$ rad? In tal caso, l'interferenza delle onde è costruttiva, distruttiva o qualcosa di intermedio? Spiega.

Differenza di fase dovuta a differenti cammini ottici

Consideriamo l'interferenza di due o più onde coerenti che percorrono cammini ottici differenti. Possiamo avere sia cammini ottici con lunghezze differenti sia cammini ottici percorsi attraverso mezzi differenti o entrambe le situazioni. In generale, la differenza di lunghezza di cammino ottico introduce anche un cambiamento di fase – cioè una variazione nella relazione di fase tra le onde.

Supponiamo di avere due onde inizialmente in fase che percorrono cammini ottici differenti nello stesso mezzo (Figura 23.4). Se la differenza di lunghezza dei cammini ottici è data da Δl , pari a un numero intero di lunghezze d'onda

$$\Delta l = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (23-7)$$

allora una delle due onde percorre un numero intero di cicli in più dell'altra. Questa situazione lascia le due onde ancora in fase – cioè le due onde interferiscono costruttivamente. Si ricordi che una differenza di cammino ottico pari a una lunghezza d'onda corrisponde a una differenza di fase pari a 2π rad (vedi

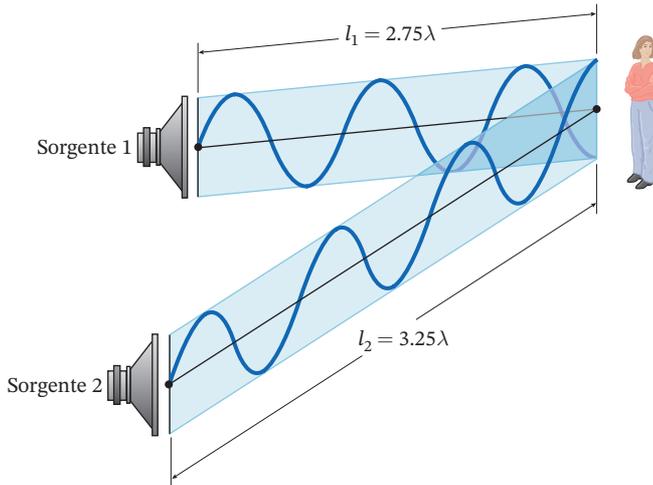


Figura 23.4 Lo stesso segnale elettrico arriva da due altoparlanti. Le onde sonore viaggiano seguendo cammini diversi prima di raggiungere l'ascoltatore. Lo sfasamento tra le due onde dipende dalla differenza delle due distanze percorse. In questo caso $l_2 - l_1 = 0.50\lambda$, così le due onde arrivano all'ascoltatore sfasate di 180° . (Il grafico blu rappresenta le variazioni di pressione prodotte dalle due onde longitudinali.)

Paragrafo 11.9). Differenze di lunghezza di cammino ottico pari a multipli interi di λ possono quindi anche essere ignorate, poiché non comportano alcuna variazione di fase relativa tra le due onde.

Supponiamo ora che due onde inizialmente in fase percorrano cammini ottici che differiscono di un numero dispari di *mezzo* lunghezze d'onda:

$$\Delta l = \frac{1}{2}\lambda, \pm\frac{3}{2}\lambda, \pm\frac{5}{2}\lambda, \dots = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (23-8)$$

Una delle due onde percorrerà quindi mezzo ciclo in più dell'altra (più, eventualmente, un numero intero di cicli completi che però possono essere considerati trascurabili). Le due onde risultano sfasate di 180° , quindi interferiscono in modo distruttivo. In generale, la differenza di fase $\Delta\phi$ dovuta a una differenza di cammino ottico Δl si ricava dall'espressione:

$$\Delta\phi = \frac{\Delta l}{\lambda} 2\pi \text{ rad} \quad (23-9)$$

Quando due onde percorrono cammini ottici in mezzi diversi, è necessario considerare separatamente il numero di cicli percorsi in ogni singolo mezzo (poiché la lunghezza d'onda varia quando l'onda passa da un mezzo a un altro).



● Una differenza di cammino ottico pari a un numero intero di lunghezze d'onda non modifica la sovrapposizione di due onde.



Esempio 23.1

L'interferenza di microonde

Un trasmettitore a microonde (T) e un ricevitore (R) sono disposti uno di fianco all'altro (Figura 23.5a). Due dischi metallici piatti (M) che riflettono bene le microonde sono posti di fronte al trasmettitore e al ricevitore a una distanza di diversi metri. Il fascio proveniente dal trasmettitore è sufficientemente largo da venire riflesso da entrambi i dischi metallici. Quando il disco inferiore viene spostato lentamente verso destra, l'intensità dell'onda misurata al ricevitore oscilla tra un valore massimo e un valore minimo (Figura 23.5b). Qual è approssimativamente la lunghezza d'onda delle microonde?

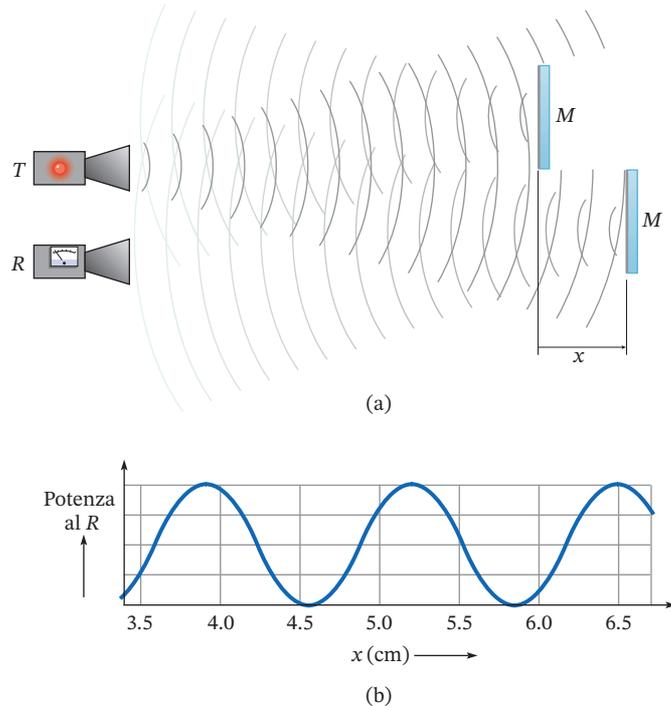
Impostazione L'ampiezza massima viene rilevata quando le onde riflesse dai due dischi metallici in-

terferiscono in modo *costruttivo* sul ricevitore. Quindi le posizioni del disco che producono ampiezza massima si hanno quando la differenza di cammino ottico è pari a un multiplo intero della lunghezza d'onda.

Soluzione Quando il disco più basso viene allontanato dal trasmettitore e dal ricevitore, l'onda riflessa percorre una distanza maggiore per raggiungere il ricevitore. Se i due dischi metallici sono sufficientemente lontani dal trasmettitore e dal ricevitore, allora le microonde raggiungono i dischi e vengono riflesse lungo la stessa linea. La distanza aggiuntiva percorsa vale circa $2x$.

Figura 23.5

(a) Trasmettitore (T), ricevitore (R) e specchi riflettenti (M) per microonde.
 (b) Potenza delle microonde in funzione di x .



Si ha interferenza costruttiva quando i cammini ottici differiscono di un multiplo intero della lunghezza d'onda:

$$\Delta l = 2x = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Per due massimi adiacenti si ha:

$$2\Delta x = \lambda$$

I massimi sono localizzati in $x = 3.9, 5.2$ e 6.5 cm, $\Delta x = 1.3$ cm.

Quindi:

$$\lambda = 2.6 \text{ cm}$$

Discussione Si noti che lo spostamento del disco tra due massimi adiacenti è pari alla metà della lunghezza d'onda.

Problema di verifica 23.1 La differenza di cammino ottico nell'interferenza distruttiva

Verificare che dove viene rilevata l'intensità minima la differenza di cammino ottico è pari a un multiplo semi-intero della lunghezza d'onda [$\Delta l = (m + 1/2)\lambda$]. (Problema senza soluzione).

Come vengono letti CD, DVD e dischi Blu-ray

Nell'Esempio 23.1 abbiamo osservato come onde elettromagnetiche generate da una unica sorgente e riflesse da superfici metalliche, posizionate a due differenti distanze dalla sorgente, interferiscono sul rivelatore. Un sistema simile viene utilizzato per leggere CD, DVD e dischi Blu-ray.

Un CD è costituito da un disco di policarbonato (un materiale plastico) spesso 1.2 mm che viene inciso per creare una serie di *cavità* disposte lungo una traccia a forma di spirale (Figura 23.6). Le cavità sono larghe 500 nm e lunghe almeno 830 nm. Il disco è rivestito da un sottile foglio di alluminio e da materiale acrilico per proteggere l'alluminio stesso. Per leggere il CD un fascio laser ($\lambda = 780$ nm) illumina il foglio di alluminio dal basso; il fascio riflesso raggiunge un rivelatore. Il fascio laser è sufficientemente largo in modo da venire riflesso sia dalla cavità sia dalla parte del disco al di fuori della cavità (la parte piatta del foglio di alluminio). L'altezza h della cavità viene scelta in modo che la luce riflessa dalla parte del disco fuori della cavità possa interferire in modo distruttivo con la luce riflessa dalla cavità (vedi Problema 62). La cavità,

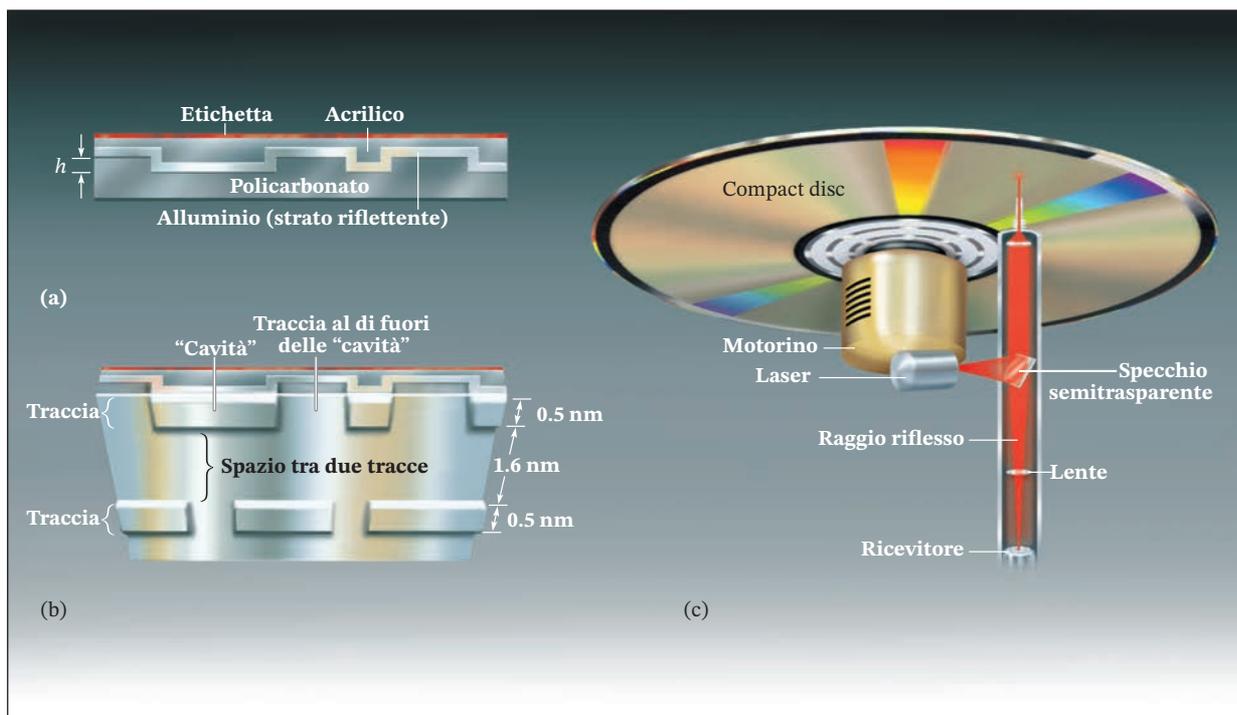


Figura 23.6 (a) Vista della sezione laterale di un CD. Un raggio laser attraversa lo strato di polycarbonato e viene riflesso dallo strato di alluminio. (b) Le “cavità” sono disposte in una traccia a forma di spirale. Il laser viene riflesso sia dalla cavità che dalla parte del disco al di fuori della cavità (la parte piana del foglio di alluminio). (c) Un motorino fa ruotare il CD a una velocità compresa tra 200 e 500 giri al minuto, mantenendo la velocità lineare della traccia costante. La luce del laser viene riflessa verso il CD da uno specchio semitrasparente; la luce riflessa dal CD attraversa lo stesso specchio e raggiunge il ricevitore, producendo un segnale elettrico proporzionale alla variazione di intensità della luce riflessa.

quindi, crea un punto di minimo nell'intensità luminosa facilmente rilevabile. La luce riflessa, invece, dalla parte del disco localizzata tra due cavità adiacenti crea un punto di massimo nell'intensità luminosa. Le variazioni tra questi due livelli di intensità luminosa costituiscono il codice binario che permette la lettura del CD (0 ed 1).

Un DVD è simile a un CD, ma le cavità sono più piccole (larghezza 320 nm e lunghezza minima 400 nm). Le tracce di dati sono anche più ravvicinate (740 nm da centro a centro rispetto a 1600 nm per un CD). Le tracce di dati sono illuminate da un laser a 640 nm. Le cavità su un disco Blu-ray sono ancora più piccole di quelle su un DVD e le tracce sono più ravvicinate. Un lettore Blu-ray utilizza un laser da 405 nm, che non è realmente blu, ma molto vicino all'estremo viola dello spettro visibile.

23.2 INTERFEROMETRO DI MICHELSON

Albert Michelson (1852-1931) inventò l'interferometro, uno strumento che permise di determinare se il moto della Terra possa influenzare la velocità della luce misurata da un osservatore sulla Terra.

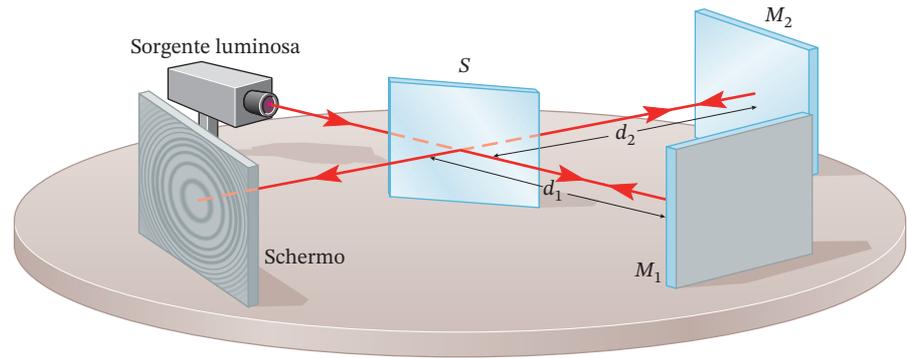
Il principio su cui si basa l'interferometro di Michelson (Figura 23.7) è molto semplice. Un fascio di luce coerente incide su un separatore di fascio S che riflette metà della luce incidente trasmettendone l'altra metà. In questo modo il fascio di luce coerente generato da un'unica sorgente viene suddiviso in due fasci che seguono cammini ottici differenti attraverso le cosiddette “braccia” dell'interferometro e vengono riflessi da due specchi argentati (M_1 , M_2).



Interferometro di Michelson

Figura 23.7

L'interferometro di Michelson.



Il separatore di fascio nuovamente riflette solo metà di ogni fascio incidente proveniente dalle “braccia” dell’interferometro, trasmettendone l’altra metà. La luce diretta verso la sorgente laser lascia l’interferometro. La luce rimanente si sovrappone in un unico fascio che viene proiettato su uno schermo.

Si può quindi produrre una differenza di fase tra i due fasci che si sovrappongono, poiché le “braccia” dell’interferometro hanno differenti lunghezze oppure perché i due fasci nelle “braccia” dell’interferometro attraversano mezzi differenti. Se i due fasci raggiungono lo schermo in fase interferiscono in modo costruttivo producendo quindi un punto di massima intensità (*frangia luminosa*); se invece arrivano sfasati di 180° interferiscono in modo distruttivo producendo un punto di minima intensità (*frangia scura*).

Esempio 23.2**La misura dell’indice di rifrazione dell’aria**

Supponiamo di avere un recipiente trasparente lungo 30 cm in un braccio dell’interferometro di Michelson. Il recipiente contiene inizialmente aria a 0°C e 1 atm. Gli specchi dell’interferometro sono disposti in modo che appaia al centro dello schermo un punto luminoso utilizzando luce di lunghezza d’onda di 633 nm nel vuoto. Quando l’aria viene gradualmente aspirata dal recipiente, la regione centrale dello schermo varia da chiaro a scuro e di nuovo a chiaro 274 volte, cioè vengono contate 274 frange luminose (non considerando la frangia luminosa iniziale). Calcolare l’indice di rifrazione dell’aria.

Impostazione Quando l’aria viene aspirata i cammini ottici percorsi nelle due braccia dell’interferometro non cambiano, ma varia il numero di onde nel braccio dell’interferometro poiché l’indice di rifrazione nel recipiente diminuisce gradualmente da un valore iniziale n fino a 1. Ogni nuova frangia luminosa indica che il numero di onde è cambiato di una o più lunghezze d’onda.

Soluzione Sia n l’indice di rifrazione dell’aria a 0°C e 1 atm. Se la lunghezza d’onda nel vuoto vale $\lambda_0 = 633\text{ nm}$, allora la lunghezza d’onda in aria è

data da $\lambda = \lambda_0/n$. Inizialmente il numero di onde presenti nel tratto di andata e ritorno attraverso il recipiente è:

$$\begin{aligned}\text{Numero iniziale di onde} &= \frac{\text{distanza andata e ritorno}}{\text{lunghezza d'onda in aria}} \\ &= \frac{2d}{\lambda} = \frac{2d}{\lambda_0/n}\end{aligned}$$

dove $d = 30\text{ cm}$ indica la lunghezza del recipiente. Quando l’aria viene aspirata, il numero di onde diminuisce poiché al decrescere di n la lunghezza d’onda aumenta. Assumendo che l’aria nel recipiente venga completamente rimossa, il numero finale di onde è:

$$\begin{aligned}\text{Numero finale di onde} &= \frac{\text{distanza andata e ritorno}}{\text{lunghezza d'onda nel vuoto}} \\ &= \frac{2d}{\lambda_0}\end{aligned}$$

La variazione del numero di onde N è uguale al numero di frange luminose osservate:

$$N = \frac{2d}{\lambda_0/n} - \frac{2d}{\lambda_0} = \frac{2d}{\lambda_0} (n-1)$$

poiché $N = 274$ si può risolvere per n :

$$\begin{aligned} n &= \frac{N\lambda_0}{2d} + 1 \\ &= \frac{274 \times 6.33 \times 10^{-7} \text{ m}}{2 \times 0.300 \text{ m}} + 1 \\ &= 1.000289 \end{aligned}$$

Discussione Il valore dell'indice di rifrazione dell'aria misurato è simile a quello dell'aria secca ($n = 1.000293$).

Problema di verifica 23.2 Un metodo alternativo

Invece di contare le frange, un modo alternativo per misurare l'indice di rifrazione dell'aria è quello di spostare uno dei due specchi quando l'aria viene aspirata dal recipiente, mantenendo una frangia luminosa sullo schermo. La distanza a cui è mosso lo specchio può essere misurata per calcolare n . Lo specchio che viene mosso deve essere avvicinato o allontanato se è quello posto nel braccio dell'interferometro che non contiene il recipiente?

Microscopio a interferenza

Un *microscopio a interferenza* aumenta il contrasto dell'immagine quando vengono osservati oggetti che sono quasi trasparenti. Una cellula in soluzione acquosa è difficile da osservare con un microscopio ottico tradizionale. Infatti, la cellula riflette solo una piccola frazione della luce incidente, trasmettendo quasi la stessa quantità di luce dell'acqua e quindi si crea poco contrasto tra la cellula e l'acqua circostante. Se l'indice di rifrazione della cellula è differente da quello dell'acqua, la luce trasmessa attraverso la cellula risulta sfasata rispetto alla luce che attraversa l'acqua. Il microscopio a interferenza sfrutta questa differenza di fase. Come nell'interferometro di Michelson, un singolo fascio di luce viene diviso in due fasci che successivamente vengono ricomposti. La luce che passa lungo un "braccio" dell'interferometro attraversa il campione. Quando i fasci si ricompongono, l'interferenza "trasforma" le differenze di fase che risultano invisibili in un microscopio ottico tradizionale in differenze di intensità luminosa che sono invece facilmente visibili.

23.3 FILM SOTTILI

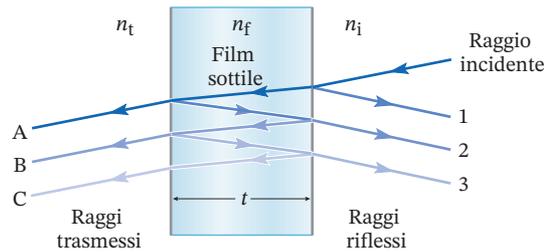
Lo spettro a colori (ad arcobaleno) visibile nelle bolle di sapone e nelle macchie d'olio è dato dall'interferenza della luce. Supponiamo di avere un telaio che viene immerso in acqua saponata, tenuto sollevato verticalmente, con un sottile film di acqua saponata adeso al telaio. Per effetto della forza di gravità il film è molto sottile nella parte più alta del telaio – dove è spesso solo poche molecole – e diviene sempre più spesso avvicinandosi alla parte inferiore del telaio. Illuminiamo ora il film con luce bianca proveniente da una sorgente posta dietro alla macchina fotografica; la fotografia mostrerà quindi la luce *riflessa* dal film. A meno che non sia espressamente indicato, in seguito considereremo sempre soltanto l'interferenza prodotta da luce che *incide perpendicolarmente* sul film sottile. Tuttavia i diagrammi dei cammini ottici mostreranno sempre raggi luminosi incidenti sul film *quasi perpendicolarmente*, in modo da evitare la sovrapposizione dei raggi stessi, il che renderebbe incomprensibile il diagramma.

La Figura 23.8 mostra un raggio luminoso che incide su una regione del film sottile. Sui bordi del film, ogni raggio viene in parte riflesso e in parte trasmesso. Osservando la luce *riflessa* si vedrà l'effetto prodotto dalla sovrapposizione di tutti i raggi luminosi riflessi (in Figura 23.8 sono stati riportati per maggiore chiarezza solo tre raggi denominati 1, 2, e 3). L'interferenza dei raggi riflessi determina i colori che si osservano. Nella maggior parte dei casi si può considerare solo l'interferenza prodotta dalla sovrapposizione dei primi due raggi, trascurando i rimanenti. Infatti, a meno che gli indici di rifrazione dei due mezzi ai lati del film



Colori in un film di acqua saponata e macchie d'olio

Figura 23.8 Raggi riflessi e trasmessi da un film sottile.



siano molto simili, l'ampiezza dell'onda riflessa è data solo da una piccola frazione dell'ampiezza dell'onda incidente. I raggi 1 e 2 vengono riflessi solo una volta; le loro ampiezze risultano quindi molto simili. Il raggio 3, invece, viene riflesso tre volte e quindi la sua ampiezza risulta notevolmente inferiore. Infatti, al crescere del numero di riflessioni subite diminuisce l'ampiezza dei raggi riflessi.

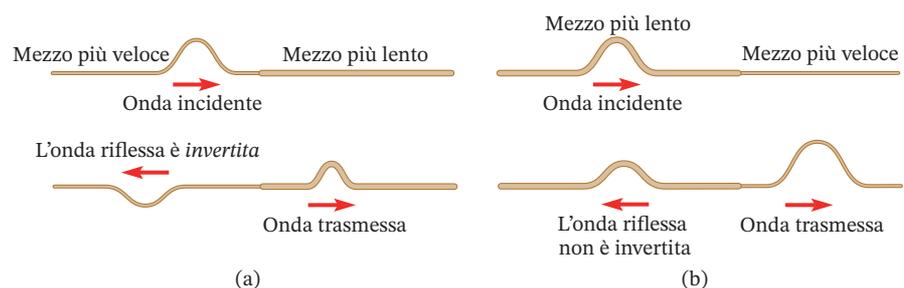
Gli effetti dell'interferenza sono molto meno evidenti nella luce trasmessa. Il raggio A in Figura 23.8 è molto più intenso del raggio B che subisce due riflessioni e del raggio C che subisce quattro riflessioni. Così, l'ampiezza della luce trasmessa per l'interferenza costruttiva non è molto maggiore di quella trasmessa per l'interferenza distruttiva. Tuttavia si ha interferenza anche nella luce trasmessa. Ciò deve avvenire perché si abbia la conservazione dell'energia: se la maggior parte dell'energia associata a una certa lunghezza d'onda viene riflessa, ne consegue che minore energia viene trasmessa. Nel Problema 25 si dimostra che se una determinata lunghezza d'onda presente nella luce riflessa interferisce in modo costruttivo, allora la stessa lunghezza d'onda nella luce trasmessa interferisce in modo distruttivo, di modo che si abbia la conservazione dell'energia totale e viceversa.

Variazione di fase prodotta dalla riflessione

Nel Paragrafo 11.8 si è visto come le onde riflesse a volte vengano invertite, risultino cioè sfasate di 180° rispetto all'onda incidente. Ogni volta che un'onda incide su una superficie di separazione tra due mezzi, in cui la velocità dell'onda cambia, si ha riflessione dell'onda. L'onda riflessa risulta invertita (Figura 23.9a) se viene riflessa da un mezzo in cui l'onda viaggia più lentamente; l'onda riflessa *non* subisce invece alcuna inversione se viene riflessa da un mezzo in cui l'onda viaggia più velocemente (Figura 23.9b). L'onda trasmessa non viene mai invertita. La stessa situazione si ritrova per le onde elettromagnetiche.

Quando i raggi luminosi, che incidono perpendicolarmente o quasi perpendicolarmente, vengono riflessi da una superficie di un mezzo in cui viaggiano più lentamente (quindi con un indice di rifrazione *più alto*), l'onda riflessa risulta invertita (si ha una variazione di fase di 180°). Quando i raggi luminosi vengono riflessi da un mezzo dove viaggiano più velocemente (quindi con un indice di rifrazione *inferiore*), l'onda riflessa *non* viene invertita (non c'è alcuna variazione di fase). (Figura 23.10).

Figura 23.9 (a) Un'onda viaggia su una corda passando da una corda più sottile a una più spessa, che funge da mezzo più lento (maggiore massa per unità di lunghezza). L'onda riflessa risulta invertita. (b) Un'onda riflessa da un mezzo *più veloce* risulta *non* invertita.



Per determinare se i raggi 1 e 2 riportati in Figura 23.8 interferiscono in modo costruttivo o distruttivo dobbiamo considerare sia la variazione di fase relativa prodotta dalla riflessione che l'aumento della lunghezza del cammino ottico percorso dal raggio 2 all'interno del film sottile. A seconda dei valori degli indici di rifrazione dei tre mezzi attraversati dai raggi luminosi (il film sottile e i due mezzi esterni al film) si può rilevare che *nessun* raggio venga invertito dalla riflessione, che siano invertiti *entrambi* i raggi o solo uno dei due. Se l'indice di rifrazione del film n_f ha un valore *compreso* tra quelli degli altri due mezzi (n_i e n_t), non c'è alcuna variazione di fase *relativa* dovuta alla riflessione; entrambi i raggi, cioè, risultano invertiti o non invertiti. Se l'indice di rifrazione del film ha un valore maggiore o minore di quello degli altri due mezzi, allora uno dei due raggi risulta invertito; in entrambi i casi quindi si ha uno sfasamento di 180° .

Mettilti alla prova 23.2

Nella Figura 23.8, supponi che $n_i = 1.2$, $n_f = 1.6$ e $n_t = 1.4$. Quali dei raggi 1 e 2 sono sfasati di 180° a causa della riflessione?

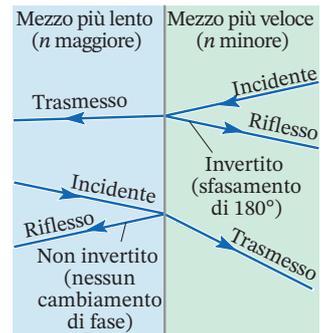


Figura 23.10 Si ha uno sfasamento di 180° quando la luce viene riflessa da un mezzo più lento.

Film sottili

- Fare uno schema dei raggi e disegnare i primi due raggi riflessi. Anche se il problema riguarda raggi con incidenza normale, disegnare il raggio incidente con un angolo *diverso da zero* per separare i vari raggi. Scrivere gli indici di rifrazione.
- Stabilire se vi sia uno sfasamento di 180° tra i due raggi a causa della riflessione.
- Se non c'è sfasamento relativo, allora una traiettoria aggiuntiva di $m\lambda$ mantiene i due raggi in fase; l'interferenza sarà quindi costruttiva. Una traiettoria aggiuntiva di $(m + \frac{1}{2})\lambda$ provoca interferenza distruttiva. Si tenga presente che λ è la lunghezza d'onda all'interno del film, poiché quello è il mezzo in cui propaga il raggio 2 per la distanza extra.
- Se c'è uno sfasamento relativo di 180° dovuto alla riflessione, allora una traiettoria aggiuntiva di $m\lambda$ mantiene i due raggi sfasati; l'interferenza sarà quindi *distruttiva*. Una traiettoria aggiuntiva di $(m + \frac{1}{2})\lambda$ provoca interferenza *costruttiva*.
- Si ricordi che il raggio 2 fa un percorso di andata e ritorno nel film. Per incidenza normale, la traiettoria aggiuntiva sarà $2t$.

Esempio 23.3

Come appare un film di acqua saponata

Un film di acqua saponata viene osservato in luce riflessa (Figura 23.11). Il film ha un indice di rifrazione pari a $n = 1.36$. (a) Spiegare perché il film appare scuro nella parte superiore. (b) La luce riflessa perpendicolarmente al film in un determinato punto manca delle lunghezze d'onda 504 nm e 630 nm; tra le due non manca nessuna altra lunghezza d'onda. Qual è lo spessore del film in quel punto? (c) Manca

anche qualche altra lunghezza d'onda dello spettro visibile? Se manca, qual è il valore della lunghezza d'onda?

Impostazione In Figura 23.12 sono stati schematizzati i cammini ottici percorsi da due raggi luminosi riflessi dal film e indicati gli indici di rifrazione e lo spessore del film. Lo schema aiuta a determinare se

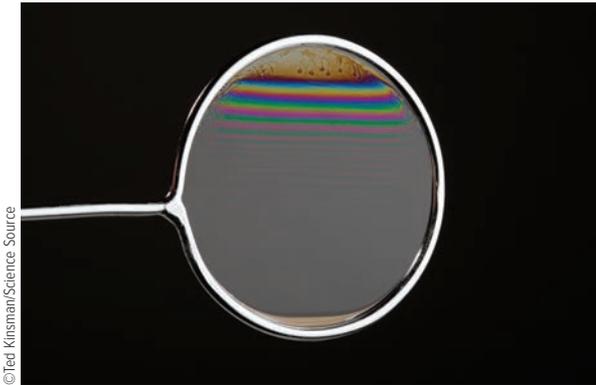


Figura 23.11

Un film di acqua saponata osservato in riflessione (l'osservatore e la sorgente di luce sono nello stesso lato del film). Lo spessore del film aumenta gradualmente procedendo dalla parte superiore a quella inferiore della fotografia.

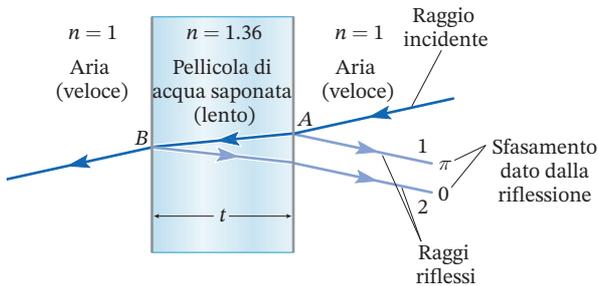


Figura 23.12

I primi due raggi riflessi da una pellicola di acqua saponata. In A, il raggio riflesso 1 è invertito. In B, il raggio riflesso 2 non è invertito.

si produce una differenza di fase relativa di 180° . Poiché la parte superiore del film appare scura, ci deve essere interferenza distruttiva per tutte le lunghezze d'onda dello spettro visibile. Nella regione inferiore del film le lunghezze d'onda che mancano in luce riflessa sono quelle che interferiscono in modo distruttivo; si ricordi che lo sfasamento è prodotto sia dalla riflessione che dall'allungamento del cammino ottico del raggio 2 nel film.

Soluzione (a) La lunghezza d'onda della luce nel film è minore che in aria. Pertanto, il raggio 1 riflesso da un mezzo dove la luce viaggia più lentamente (il film) è invertito; il raggio 2, invece, riflesso da un mezzo dove la luce viaggia più velocemente (l'aria) non è invertito. C'è quindi una differenza di fase relativa di 180° tra i due raggi indipendentemente dalla lunghezza d'onda. Per la forza di gravità il film è più sottile nella parte superiore. Il raggio 2 presenta uno sfasamento rispetto al raggio 1 dovuto all'allungamento

del cammino ottico. L'unico modo per conservare l'interferenza distruttiva per tutte le lunghezze d'onda è che lo spessore della parte superiore del film sia minore rispetto alle lunghezze d'onda dello spettro visibile; allora lo sfasamento del raggio 2 dovuto all'allungamento del cammino diventa trascurabile.

(b) Consideriamo la luce riflessa perpendicolarmente al film (incidenza normale). Il raggio riflesso 2 percorre una distanza aggiuntiva $2t$ rispetto al raggio 1 introducendo quindi uno sfasamento. Poiché esiste già una differenza di fase relativa di 180° dovuta alla riflessione, la differenza di cammino ottico $2t$ deve essere pari a un multiplo intero di lunghezze d'onda per dare interferenza distruttiva:

$$2t = m\lambda = m \frac{\lambda_0}{n}$$

Supponiamo che $\lambda_{0,m} = 630 \text{ nm}$ sia la lunghezza d'onda nel vuoto per la quale la differenza di cammino ottico sia pari a $m\lambda$ con m arbitrario. Poiché non manca nessuna lunghezza d'onda tra le due, $\lambda_{0,(m+1)} = 504 \text{ nm}$ deve essere la lunghezza d'onda nel vuoto per la quale la differenza di cammino ottico è pari a $m + 1$ volte la lunghezza d'onda nel film. Perché non $m - 1$? 504 nm è un valore più piccolo di 630 nm , quindi nel cammino $2t$ c'è un numero maggiore di onde.

$$2nt = m\lambda_{0,m} = (m + 1)\lambda_{0,(m+1)}$$

Possiamo risolvere per m :

$$\begin{aligned} m \times 630.0 \text{ nm} &= (m + 1) \times 504 \text{ nm} \\ &= m \times 504 \text{ nm} + 504 \text{ nm} \end{aligned}$$

$$m \times 126 \text{ nm} = 504 \text{ nm}$$

$$m = 4.00$$

allora lo spessore è:

$$t = \frac{m\lambda_0}{2n} = \frac{4.00 \times 630.0 \text{ nm}}{2 \times 1.36} = 926.47 \text{ nm} = 926 \text{ nm}$$

(c) Conosciamo le lunghezze d'onda mancanti per $m = 4$ e $m = 5$, consideriamo ora gli altri valori di m :

$$2nt = 2 \times 1.36 \times 926.47 \text{ nm} = 2520 \text{ nm}$$

Per $m = 3$:

$$\lambda_0 = \frac{2nt}{m} = \frac{2520 \text{ nm}}{3} = 840 \text{ nm}$$

che corrisponde a una lunghezza d'onda nell'infrarosso. Non dobbiamo considerare $m = 1$ e $m = 2$ poiché danno valori di lunghezze d'onda maggiori di 840 nm - fuori quindi dallo spettro visibile. Per $m = 6$:

$$\lambda_0 = \frac{2nt}{m} = \frac{2520 \text{ nm}}{6} = 420 \text{ nm}$$

Questa lunghezza d'onda è ancora nello spettro visibile. Per $m = 7$?

$$\lambda_0 = \frac{2nt}{m} = \frac{2520 \text{ nm}}{7} = 360 \text{ nm}$$

360 nm è nell'UV. Quindi l'unica altra lunghezza d'onda mancante nel visibile è 420 nm.

Discussione Come controllo possiamo verificare direttamente che le tre lunghezze d'onda mancanti nel vuoto propagano un numero intero di onde nel film:

λ_0	$\lambda = \frac{\lambda_0}{1.36}$	$m\lambda$
420 nm	308.8 nm	$6 \times 308.8 \text{ nm} = 1853 \text{ nm}$
504 nm	370.6 nm	$5 \times 370.6 \text{ nm} = 1853 \text{ nm}$
630 nm	463.2 nm	$4 \times 463.2 \text{ nm} = 1853 \text{ nm}$

poiché la differenza di cammino ottico è pari a $2t = 2 \times 926.47 \text{ nm} = 1853 \text{ nm}$, il cammino aggiuntivo è pari a un multiplo intero di lunghezze d'onda nei tre casi considerati.

Problema di verifica 23.3 L'interferenza costruttiva nella luce riflessa

Quale lunghezza d'onda dello spettro visibile interferisce costruttivamente nella luce riflessa con $t = 926 \text{ nm}$?

Film sottili di aria

Un sottile strato d'aria compreso tra due corpi solidi può produrre effetti di interferenza. Per esempio, se si prendono due lastre di vetro separate da un sottile film d'aria, lo spessore dell'aria varia poiché le due superfici di vetro non sono perfettamente piane e appaiono delle frange di interferenza colorate. Ogni frangia di un determinato colore delimita una curva in cui lo spessore del film d'aria risulta costante. Se si comprime delicatamente la lastra superiore, la distorsione della superficie della lastra superiore provoca il movimento delle frange di interferenza.

Se una lente di vetro con una superficie sferica convessa viene posta su una lastra piana di vetro, lo spessore d'aria tra le due superfici aumenta, allontanandosi dal punto di contatto (Figura 23.13). Assumendo che la superficie della lente sia perfettamente sferica, ci si aspetta di osservare, nella luce riflessa, delle frange di interferenza circolari, chiare e scure alternate. Tali frange vengono chiamate

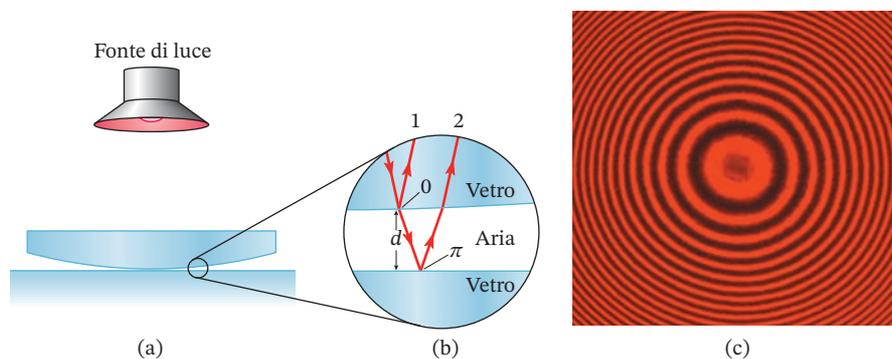


Figura 23.13 (a) Strato di aria tra una superficie di vetro convessa e una superficie di vetro piana. La curvatura della lente è esagerata. In realtà, lo strato di aria è molto sottile e le due superfici di vetro sono quasi parallele. (b) Raggi luminosi riflessi dalla parte superiore e inferiore dello strato di aria. Il raggio 2 ha uno sfasamento di π rad dovuto alla riflessione, mentre il raggio 1 non subisce sfasamento. Il raggio 2 ha anche uno sfasamento dovuto al cammino ottico percorso nello strato di aria. Per incidenza normale, la lunghezza del cammino ottico è $2d$, dove d è lo spessore dello strato di aria. Osservando dall'alto, si ha sovrapposizione dei raggi riflessi 1 e 2. (c) La luce riflessa mostra frange di interferenza circolari, note come anelli di Newton.

anelli di Newton. Fin dai tempi di Newton, il punto centrale *scuro* della figura di interferenza risultò di difficile interpretazione. Thomas Young dimostrò che il centro della figura di interferenza era scuro per lo sfasamento delle onde riflesse. Infatti, Young fece un esperimento per produrre anelli di Newton utilizzando una lente di vetro *crown* ($n = 1.5$) posta sopra a una lastra piana di vetro *flint* ($n = 1.7$). Riempiendo lo spazio tra le due superfici con aria, ottenne delle figure di interferenza, in luce riflessa, con il punto centrale scuro. Ripetendo l'esperimento utilizzando olio di sassafrasso (sostanza con un indice di rifrazione tra 1.5 e 1.7), ottenne invece delle figure di interferenza, in luce riflessa, con il punto centrale chiaro poiché nel nuovo esperimento la riflessione non produceva più una variazione di fase relativa di 180° .

Gli anelli di Newton possono essere utilizzati per controllare se la superficie di una lente sia perfettamente sferica. Infatti, una superficie perfettamente sferica produce frange di interferenza circolari localizzate in posizioni facilmente calcolabili (vedi Problema 24).

Rivestimenti antiriflesso

Una comune applicazione dell'interferenza prodotta da film sottili è il rivestimento antiriflesso delle lenti. L'importanza di questi rivestimenti aumenta con il numero di lenti utilizzate nella costruzione degli strumenti scientifici – infatti, anche se solo una piccola percentuale dell'intensità della luce incidente viene riflessa da ogni superficie, la riflessione delle molte lenti che compongono uno strumento implica che una frazione considerevole della luce incidente venga riflessa.

Il più comune materiale utilizzato come rivestimento antiriflesso è il fluoro di magnesio (MgF_2), che ha un indice di rifrazione $n = 1.38$, compreso quindi tra quello dell'aria ($n = 1$) e quello del vetro ($n \approx 1.5$ o 1.6). Lo spessore del rivestimento antiriflesso viene scelto in modo che si abbia interferenza distruttiva per le lunghezze d'onda della regione centrale dello spettro visibile.

Ali delle farfalle

I colori cangianti che si osservano in molte farfalle, falene, uccelli e pesci sono prodotti dall'interferenza della luce che viene riflessa da strutture a forma di gradino o da scaglie parzialmente sovrapposte localizzate sulla loro superficie esterna. Un esempio molto evidente è il colore blu brillante della farfalla *Morpho*. La Figura 23.14a mostra l'ala della farfalla *Morpho* osservata al microscopio elettronico. Le strutture a forma di albero sporgenti dalla superficie dell'ala sono costituite da materiale trasparente. La luce viene riflessa da tali strutture. Consideriamo per esempio due raggi luminosi riflessi da due gradini successivi di spessore t_1 distanti t_2 . (Figura 23.14b). Entrambi i raggi sono invertiti dalla riflessione e quindi non si ha alcuna variazione di fase relativa.

A incidenza normale, la differenza di cammino ottico è data da: $2(t_1 + t_2)$. Tuttavia, i raggi attraversano lo spessore del gradino t_1 con indice di rifrazione $n = 1.5$. Non possiamo calcolare la lunghezza d'onda corrispondente all'interferenza costruttiva semplicemente uguagliando la differenza di cammino ottico a un numero intero di lunghezze d'onda: infatti, quale lunghezza d'onda dovremmo utilizzare?

Per risolvere il problema dobbiamo esprimere la differenza di cammino ottico in termini del numero di lunghezze d'onda. Il numero di lunghezze d'onda, nel caso del raggio 2, incluse nella distanza $2t_1$ (andata-ritorno) è:

$$\frac{2t_1}{\lambda} = \frac{2t_1}{\lambda_0/n}$$

Colori brillanti delle ali delle farfalle



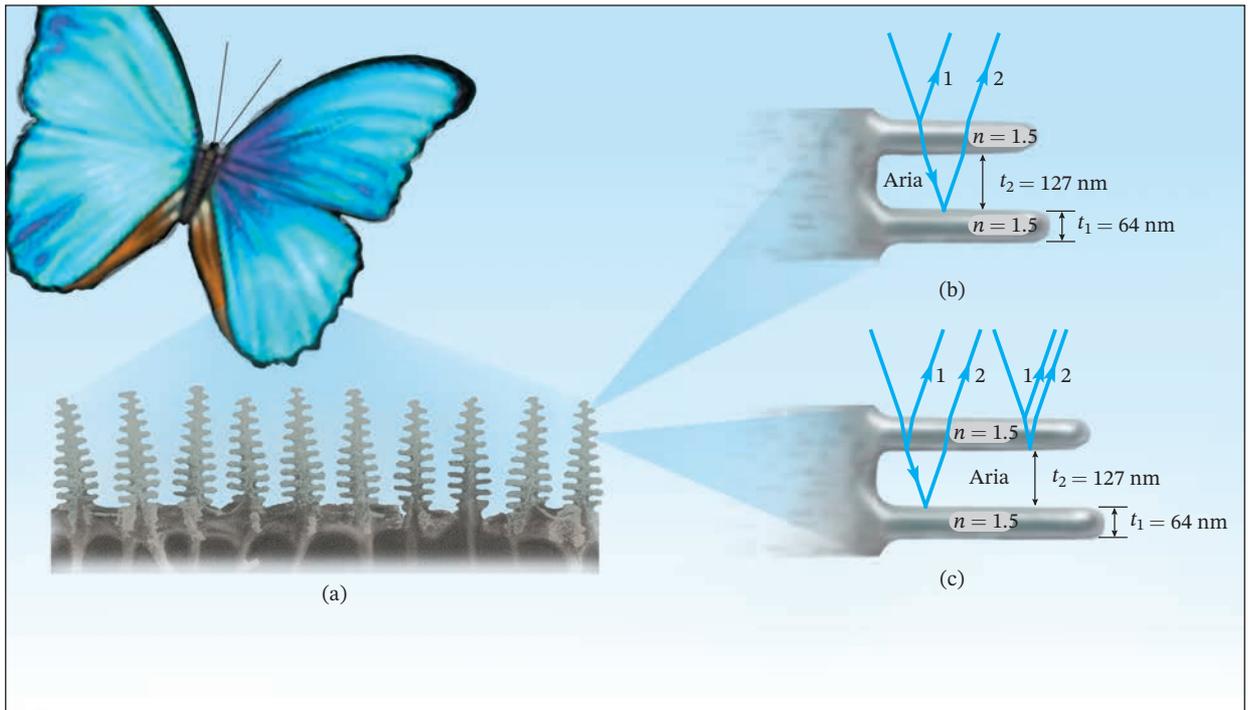


Figura 23.14 (a) Le ali della farfalla *Morpho* osservate al microscopio elettronico. (b) I raggi riflessi da due strati consecutivi interferiscono. L'interferenza costruttiva produce il colore blu brillante dell'ala. Per rendere comprensibile la figura, i raggi non sono disegnati perpendicolari. (c) Un'altra coppia di raggi che interferiscono.

dove λ_0 indica la lunghezza d'onda nel vuoto e $\lambda = \lambda_0/n$ la lunghezza d'onda in un mezzo con indice di rifrazione n . Il numero di lunghezze d'onda che si hanno in aria nella distanza $2t_2$ (andata-ritorno) è:

$$\frac{2t_2}{\lambda} = \frac{2t_2}{\lambda_0}$$

Utilizzando la condizione di interferenza costruttiva, il numero aggiuntivo di lunghezze d'onda, nel raggio 2 rispetto al raggio 1, deve essere un numero intero:

$$\frac{2t_1}{\lambda_0/n} + \frac{2t_2}{\lambda_0} = m$$

Possiamo risolvere l'equazione rispetto a λ_0 per trovare le lunghezze d'onda che interferiscono in modo costruttivo:

$$\lambda_0 = \frac{2}{m}(nt_1 + t_2)$$

Per $m = 1$:

$$\lambda_0 = 2(1.5 \times 64 \text{ nm} + 127 \text{ nm}) = 2 \times 223 \text{ nm} = 446 \text{ nm}$$

Questa è la lunghezza d'onda dominante nella luce quando osserviamo l'ala della farfalla a incidenza normale. Abbiamo considerato solo la riflessione prodotta dal bordo superiore di due gradini adiacenti e in questo caso la luce interferisce in modo costruttivo. Evidentemente si otterrà lo stesso risultato ogni volta che la luce viene riflessa da due gradini successivi.

Per valori maggiori di m si ha interferenza costruttiva solo per lunghezze d'onda al di fuori dallo spettro visibile (nello spettro UV).

Poiché la lunghezza del cammino ottico percorso dal raggio 2 dipende dall'angolo di incidenza, la lunghezza d'onda della luce che interferisce in modo costruttivo dipende anche dall'angolo di osservazione (vedi Quesito 16). Così, il colore dell'ala varia al variare dell'angolo di osservazione producendo la sua brillante iridescenza.

Finora abbiamo trascurato la riflessione prodotta dal bordo inferiore del gradino. I raggi riflessi dal bordo inferiore di due gradini adiacenti interferiscono ancora in modo costruttivo alla stessa lunghezza d'onda di 446 nm, poiché la differenza di cammino ottico è sempre la stessa. L'interferenza di un'altra coppia di raggi (Figura 23.14c) produce interferenza costruttiva solo per lunghezze d'onda nello spettro UV in quanto la differenza di cammino ottico è troppo piccola.

23.4 ESPERIMENTO DELLA DOPPIA FENDITURA DI YOUNG

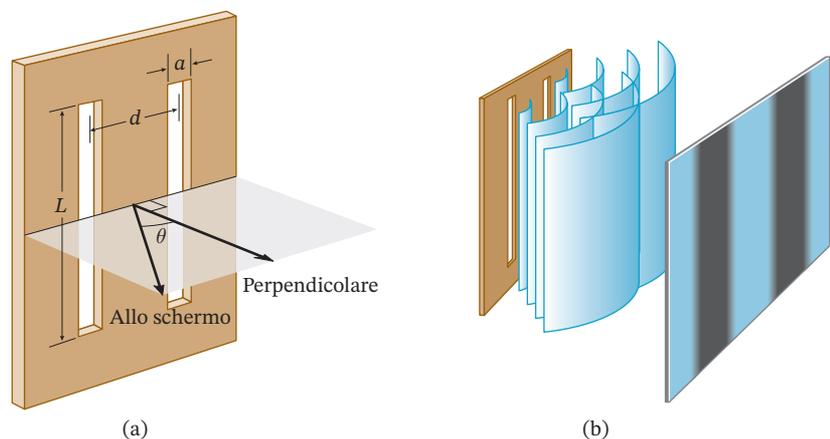
Nel 1801 Thomas Young ideò un esperimento di interferenza da doppia fenditura che dimostrò la natura ondulatoria della luce e permise la prima misura sperimentale della sua lunghezza d'onda. La Figura 23.15 mostra lo schema dell'esperimento di Young. Una luce coerente di lunghezza d'onda λ illumina una barriera opaca nella quale sono state incise due sottili fenditure parallele. Ogni singola fenditura ha una larghezza a comparabile alla lunghezza d'onda λ e una lunghezza L con $L \gg a$; i centri delle due fenditure sono separati da una distanza d . Quando la luce proveniente dalle due fenditure viene osservata in un punto su uno schermo posto a grande distanza D dalle fenditure, cosa si osserva sullo schermo? In che modo l'intensità luminosa I dipende dall'angolo θ che individua il punto sullo schermo rispetto alle fenditure?

La luce che proviene da una *singola* fenditura sottile è principalmente distribuita perpendicolarmente alla fenditura, poiché il fronte d'onda che esce è cilindrico. Così, la luce emessa da una fenditura sottile forma, su uno schermo posto di fronte, una banda luminosa. La luce *non* viene diffusa, in modo significativo, in direzione *parallela* alla fenditura poiché la lunghezza della fenditura L è *grande* rispetto alla sua lunghezza d'onda.

Utilizzando *due* strette fenditure si ottengono due bande luminose sullo schermo che interferiscono tra loro. La luce viene emessa dalle fenditure in fase e percorre differenti cammini ottici per raggiungere lo schermo. Si avrà quindi interferenza costruttiva al centro della figura di interferenza (per $\theta = 0$), poiché le onde luminose percorrono lo stesso cammino ottico e giungono in fase sullo schermo. Si avrà ancora interferenza costruttiva quando la differenza di cammino

Figura 23.15

Esperimento della doppia fenditura di Young.
(a) Geometria delle fenditure. La distanza tra i centri delle due fenditure è d . Da un punto a metà tra le due fenditure, una linea perpendicolare individua un angolo λ con la direzione allo schermo. L'angolo permette di identificare una particolare posizione su entrambi i lati dello spettro di diffrazione.
(b) Dalle fenditure escono fronti d'onda cilindrici che interferiscono e formano una figura a frange sullo schermo.



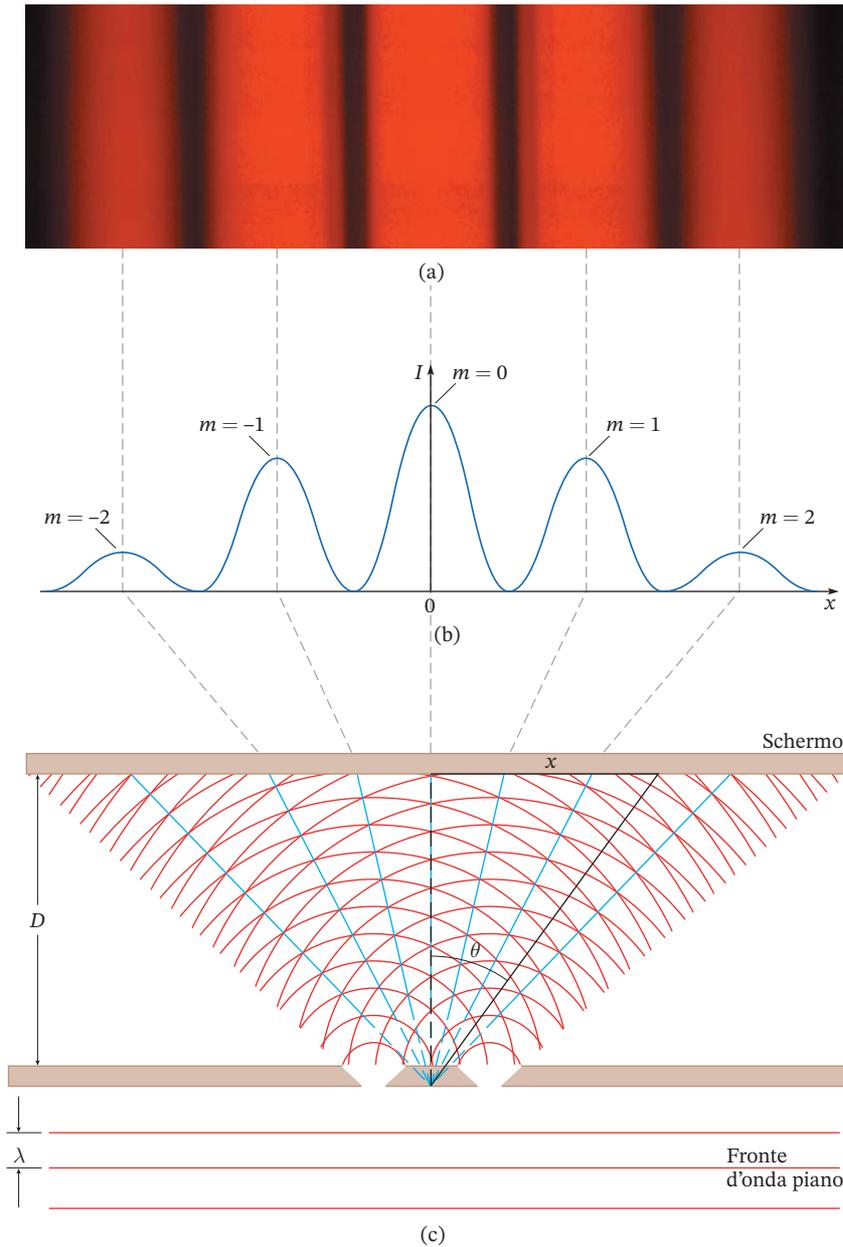


Figura 23.16

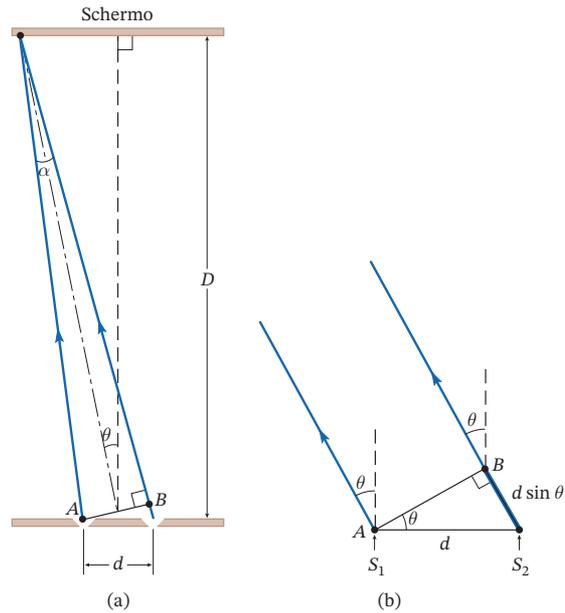
Interferenza prodotta dalla doppia fenditura usando luce rossa.
 (a) Fotografia della figura di diffrazione prodotta sullo schermo.
 L'interferenza costruttiva crea punti di luce rossa intensa, mentre l'interferenza distruttiva lascia lo schermo scuro.
 (b) Intensità in funzione della posizione x sullo schermo. I massimi (interferenza costruttiva) sono indicati con il valore di m associato.
 (c) Ricostruzione, secondo il principio di Huygens, dell'esperimento della doppia fenditura. Le linee blu rappresentano gli antinodi (punti dove le onde interferiscono costruttivamente). Da notare la relazione tra x , la posizione sullo schermo, e l'angolo θ : $\tan \theta = x/D$, dove D indica la distanza tra le fenditure e lo schermo.

ottico sarà pari a un multiplo intero di λ . Si avrà invece interferenza distruttiva quando la differenza di cammino ottico sarà pari a un multiplo dispari di mezza lunghezza d'onda.

In generale, si avrà quindi una transizione graduale tra interferenza costruttiva e distruttiva poiché la differenza di cammino ottico aumenta al crescere di θ . Questo fenomeno produce la caratteristica alternanza di bande (frange) chiare e scure mostrate in Figura 23.16a.

Per individuare i punti dove si produce interferenza costruttiva e distruttiva è necessario calcolare la differenza di cammino ottico. La Figura 23.17a mostra due raggi uscenti dalle fenditure quando lo schermo è posto *molto vicino* alle fenditure. Allontanando lo schermo, l'angolo α diviene sempre più piccolo. Quando lo schermo è sufficientemente lontano dalle fenditure, α è così piccolo che i due raggi possono essere considerati quasi paralleli. In Figura 23.17b i raggi sono stati disegnati come se fossero paralleli (schermo molto distante). La distanza percorsa dai due raggi partendo dai punti A e B allo schermo (Figura 23.17b) è uguale;

Figura 23.17 (a) Raggi uscenti da due fenditure diretti verso uno schermo vicino. Allontanando lo schermo, diminuisce l'angolo α – i raggi diventano sempre più paralleli. (b) Se lo schermo è molto distante, i due raggi possono essere considerati paralleli (ma si intersecano ancora nello stesso punto sullo schermo). La differenza di cammino ottico vale $d \sin \theta$.



quindi la differenza di cammino ottico è data dal segmento che unisce il punto B alla fenditura di destra (S_2):

$$\Delta l = d \sin \theta \quad (23-10)$$

L'intensità luminosa massima sullo schermo è prodotta dall'interferenza costruttiva; si ha interferenza costruttiva quando la differenza di cammino ottico è pari a un multiplo intero della lunghezza d'onda:

Massimi nell'interferenza da doppia fenditura

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (23-11)$$

Il valore assoluto di m è chiamato **ordine** del massimo. Così, i massimi del terzo ordine sono quelli per cui $d \sin \theta = \pm 3 \lambda$.

L'intensità minima (lo zero) sullo schermo è prodotta dall'interferenza distruttiva; si ha interferenza distruttiva quando la differenza di cammino ottico è pari a un multiplo dispari di mezza lunghezza d'onda:

Minimi nell'interferenza da doppia fenditura

$$d \sin \theta = (m + \frac{1}{2}) \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (23-12)$$

Nella Figura 23.16 le frange chiare e scure *sono* ugualmente spaziate. Nel Problema 28 si vedrà come le frange di interferenza risultino ugualmente spaziate al centro della figura di interferenza, cioè dove l'angolo θ è piccolo.

La Figura 23.18 mostra l'interferenza di *onde di acqua* prodotte in una vasca. Le onde superficiali vengono generate nell'acqua da due sorgenti puntiformi che vibrano con la stessa frequenza e in fase, quindi da due sorgenti coerenti. La figura di interferenza in punti lontani dalle due sorgenti è simile a quella ottenuta nell'esperimento dell'interferenza di onde luminose da doppia fenditura. Se d indica la distanza tra le due sorgenti, le Equazioni (23-11) e (23-12) permettono di calcolare i valori degli angoli θ per cui si ha interferenza costruttiva e distruttiva.



Figura 23.18 Onde d’acqua generate in un recipiente da due sorgenti che producono interferenza. Le linee di antinodi corrispondono alle direzioni di massima intensità nell’esperienza della doppia fenditura; le linee dei nodi corrispondono ai minimi.

Utilizzando una vasca d’acqua per produrre la figura di interferenza, si possono facilmente osservare i fronti d’onda. Si noti la grande somiglianza tra le Figure 23.18 e 23.13c.

I punti dove si ha interferenza costruttiva sono chiamati **antinodi (ventri)**. Come per le onde stazionarie, la sovrapposizione di due onde coerenti implica che in alcuni punti – gli antinodi – si abbia la massima ampiezza. I punti dove si ha interferenza completamente distruttiva sono chiamati **nodi**. In un’onda stazionaria unidimensionale (una molla) i nodi e gli antinodi sono punti singoli. Nelle onde bidimensionali (onde d’acqua in una vasca) i nodi e gli antinodi individuano delle *curve*. Nelle onde tridimensionali (onde luminose o sonore) i nodi e gli antinodi individuano delle *superfici*.

Esempio 23.4

Interferenza prodotta da due fenditure parallele

Un laser ($\lambda = 690 \text{ nm}$) viene utilizzato per illuminare due fenditure parallele. Su uno schermo posto a 3.30 m dalle fenditure vengono osservate le frange di interferenza. La distanza fra frange luminose adiacenti, al centro della figura di interferenza, è 1.80 cm. Qual è la distanza tra le due fenditure?

Impostazione Le frange luminose si presentano ad angoli θ dati dalla relazione: $d \sin \theta = m\lambda$. La distanza tra i massimi per $m = 0$ e $m = 1$ vale $x = 1.80 \text{ cm}$. Uno schema ci aiuta a individuare la relazione tra l’angolo θ e le distanze.

Soluzione La frangia luminosa centrale ($m = 0$) corrisponde a $\theta_0 = 0$. La frangia luminosa adiacente ($m = 1$) si ha a un angolo dato da:

$$d \sin \theta_1 = \lambda$$

La Figura 23.19 schematizza la geometria del problema. L’angolo individuato dalle linee che congiungono i due massimi è θ_1 . La distanza tra questi due massimi

sullo schermo viene indicata con x , mentre la distanza delle fenditure dallo schermo con D . Possiamo calcolare θ_1 da x e D :

$$\tan \theta_1 = \frac{x}{D} = \frac{0.0180 \text{ m}}{3.30 \text{ m}} = 0.005455$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} 0.005455 = 0.3125^\circ$$

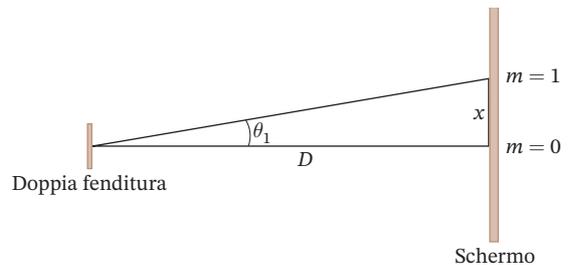


Figura 23.19 Schema dell’esperienza della doppia fenditura descritto nell’Esempio 23.4.

Sostituendo θ_1 nella condizione del massimo per $m = 1$ si ha:

$$d = \frac{\lambda}{\sin\theta_1} = \frac{690.0 \text{ nm}}{\sin 0.3125^\circ} = \frac{690.0 \text{ nm}}{0.005454} = 0.127 \text{ m}$$

Discussione Si deve notare che poiché $x \ll D$, θ_1 è un angolo piccolo – questo perché il seno e la tangente hanno valori uguali fino alla terza cifra significativa. Utilizzando l'approssimazione per angoli piccoli ($\sin\theta \cong \tan\theta \cong \theta$ misurato in radianti) si ha:

$$d\theta_1 = \lambda$$

e

$$\theta_1 = \frac{x}{D}$$

Quindi:

$$d = \frac{\lambda D}{x} = \frac{690.0 \text{ nm} \times 3.30 \text{ m}}{0.0180 \text{ m}} = 0.127 \text{ m}$$

Problema di verifica 23.4 La distanza tra frange di interferenza utilizzando un'altra lunghezza d'onda

In un esperimento con la doppia fenditura, sia la distanza tra le fenditure 50 volte la lunghezza d'onda della luce. (a) Trovare gli angoli, in radianti, per i quali si hanno massimi per $m = 0, 1, 2$. (b) Trovare gli angoli per i quali si hanno i primi due minimi. (c) Su uno schermo posto a una distanza di 2 m, qual è la distanza tra due massimi nella regione centrale della figura di interferenza?

Esempio 23.5

Cambiare la distanza tra le fenditure

Un laser viene utilizzato per illuminare due fenditure strette e parallele. La figura di interferenza viene osservata su uno schermo. Cosa succede se la distanza fra le fenditure viene leggermente diminuita?

Soluzione e discussione Quando le fenditure vengono avvicinate, la differenza di cammino ottico $d \sin\theta$ per un determinato angolo diminuisce. Angoli maggiori sono richiesti per avere una differenza di cammino ottico che è pari a un multiplo intero della

lunghezza d'onda. La figura di interferenza perciò si allarga e ogni massimo e minimo si allontanano dal centro.

Problema di verifica 23.5 La figura di interferenza per $d < \lambda$

Se la distanza tra due fenditure è minore della lunghezza d'onda della luce, cosa si osserva sullo schermo?

23.5 RETICOLI

Invece di avere solo due fenditure parallele, un **reticolo** (chiamato anche “reticolo di diffrazione”) è costituito da un elevato numero di sottili fenditure parallele ed equidistanti. Tipicamente i reticoli presentano centinaia o migliaia di fenditure. La separazione tra le fenditure d in un reticolo è comunemente definita come il reciproco del numero di fenditure per cm:

$$\text{fenditure per cm} = \frac{1}{\text{cm per fenditura}} = \frac{1}{d}$$

I reticoli contengono fino a 50 000 fenditure/cm; quindi la separazione tra le fenditure può assumere valori molto piccoli, fino a 200 nm. Quanto minore è la separazione tra le fenditure, più le differenti lunghezze d'onda della luce vengono separate dal reticolo.

La Figura 23.20 mostra dei raggi luminosi che si dirigono dalle fenditure di un reticolo a uno schermo lontano. Si supponga che la luce proveniente dalle prime due fenditure arrivi sullo schermo in fase, poiché la differenza di cammino ottico $d \sin\theta$ è pari a un numero intero di lunghezze d'onda $m\lambda$. Siccome le fenditure sono equidistanti, la luce proveniente da *tutte* le fenditure del re-

ticolo arriverà sullo schermo in fase. La differenza di cammino ottico tra coppie di fenditure è quindi pari a un multiplo intero di $d \sin \theta$ e quindi a un multiplo intero di λ . I valori degli angoli per cui si ha l'interferenza costruttiva in un reticolo sono pertanto gli stessi del sistema costituito da due sole fenditure con la stessa separazione:

Massimi per un reticolo

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (23-11)$$

Come per il sistema di due sole fenditure, $|m|$ viene chiamato *ordine* del massimo.

Per le due fenditure si ha una graduale variazione dell'intensità da un massimo a un minimo e di nuovo a un massimo. Invece, in un reticolo con un elevato numero di fenditure i punti di massimo sono stretti e l'intensità in ogni altro punto diventa quasi trascurabile. Come può la presenza di molte fenditure rendere i massimi così stretti?

Supponiamo di avere un reticolo con $N = 100$ fenditure, numerate da 0 a 99. Il massimo di primo ordine si ha per un angolo θ per il quale la differenza di cammino ottico tra le fenditure 0 e 1 è pari a $d \sin \theta = \lambda$. Immaginiamo ora di osservare a un angolo *leggermente* maggiore $\theta + \Delta\theta$, in modo che valga $d \sin(\theta + \Delta\theta) = 1.01\lambda$. I raggi provenienti dalle fenditure 0 e 1 sono in fase; quindi, se ci fossero state solo due fenditure, il valore dell'intensità sarebbe simile a quello del massimo. Con 100 fenditure, ogni singolo raggio è 1.01λ più lungo del precedente. Se la lunghezza del raggio proveniente dalla fenditura 0 è l_0 , allora la lunghezza del raggio proveniente dalla fenditura 1 è $l_0 + 1.01\lambda$, la lunghezza del raggio proveniente dalla fenditura 2 è $l_0 + 2.02\lambda$ e così via. La lunghezza del raggio proveniente dalla fenditura 50 è quindi $l_0 + 50.50\lambda$; così, i due raggi provenienti dalle fenditure 0 e 50 interferiscono in modo distruttivo poiché la differenza di cammino ottico è pari a un numero dispari di mezze lunghezze d'onda. Similmente, le fenditure 1 e 51 interferiscono in modo distruttivo ($51.51\lambda - 1.01\lambda = 50.50\lambda$); le fenditure 2 e 52 interferiscono in modo distruttivo e così via. Poiché la luce proveniente da ogni fenditura interferisce in modo distruttivo con la luce proveniente dalle altre fenditure, l'intensità luminosa sullo schermo si *annulla completamente*. Quindi l'intensità luminosa varia da un valore massimo in θ a un valore minimo in $\theta + \Delta\theta$.

L'angolo $\Delta\theta$ individua l'angolo sotteso dal segmento che unisce il punto centrale del massimo con uno dei due estremi dello stesso massimo. In generale si verifica che la larghezza dei punti di massimo è inversamente proporzionale al numero di fenditure ($\Delta\theta \propto 1/N$). Maggiore è il numero di fenditure del reticolo, più stretto è il punto di massimo. Con l'aumentare di N i punti di massimo sono anche più *luminosi*. Più fenditure, infatti, lasciano passare più luce attraverso il reticolo e convogliano l'energia luminosa in punti di massimi più stretti. Poiché la luce proveniente da N fenditure interferisce in modo costruttivo, l'ampiezza dei punti di massimo è proporzionale a N , mentre l'intensità luminosa è proporzionale a N^2 . I punti di massimo in un reticolo di diffrazione sono quindi stretti e localizzati ad angoli differenti per le diverse lunghezze d'onda della luce. Perciò:

Un reticolo è in grado di separare la luce nelle diverse lunghezze d'onda che la compongono.

Mettili alla prova 23.5

Quali sono le differenze tra i massimi prodotti da un reticolo e quelli prodotti da una doppia fenditura con la stessa distanza d ?

● I massimi prodotti da un reticolo sono individuati dagli stessi angoli dei massimi prodotti da due fenditure con la stessa d .

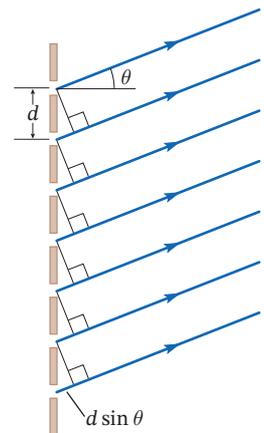


Figura 23.20 Raggi uscenti dalle fenditure di un reticolo e diretti su un punto dello schermo. Poiché lo schermo è lontano, i raggi sono quasi paralleli; i raggi escono dalle fenditure del reticolo (all'incirca) con lo stesso angolo θ . Siccome la distanza tra due fenditure adiacenti è d , la differenza del cammino ottico per due raggi adiacenti vale $d \sin \theta$.

Esempio 23.6

Distanza delle fenditure in un reticolo

Illuminiamo con luce bianca intensa un reticolo. Una pellicola a colori viene disposta come in Figura 23.21a e raccoglie la luce proveniente dal reticolo a tutti gli angoli (da -90° a $+90^\circ$). La Figura 23.21b mostra la fotografia risultante. Stimare il numero di fenditure per cm del reticolo.

Impostazione Il reticolo separa la luce bianca nei colori dello spettro visibile. Ogni colore forma un massimo all'angolo dato da $d \sin \theta = m\lambda$. Dalla Figura 23.21b si può osservare come vi siano altri massimi oltre a quello del primo ordine. Trovando la lunghezza d'onda della luce che ha impressionato il bordo della fotografia – luce che ha lasciato il reticolo a $\pm 90^\circ$ – e conoscendo l'ordine del massimo, possiamo calcolare la distanza tra le fenditure.

Soluzione Il massimo centrale ($m = 0$) appare bianco poiché è dato dall'interferenza costruttiva di tutte le lunghezze d'onda. Ai due lati del massimo centrale si trovano i massimi del primo ordine. Prima (quindi per angoli più piccoli) si incontra il violetto del primo ordine (lunghezza d'onda minore); per ultimo (quindi per angoli più grandi) si incontra il rosso (lunghezza d'onda maggiore). Poi si ha uno spazio vuoto dove non ci sono massimi. Allontanandosi dal massimo centrale si trovano ora i massimi del secondo ordine che partono ancora dal violetto. I colori non sono però disposti secondo l'ordine descritto per i massimi del primo ordine, poiché i massimi del terzo ordine appaiono prima che quelli del secondo ordine siano terminati. Lo spettro del terzo ordine non è completo; l'ultimo colore che riusciamo a vedere a ogni estremo ($\theta = \pm 90^\circ$) è il verde-

azzurro. Il massimo del terzo ordine per il verde-azzurro si ha a $\pm 90^\circ$.

Le lunghezze d'onda che appaiono di colore verde-azzurro sono all'incirca di 500 nm (vedi Paragrafo 20.3). Usando $\lambda = 500$ nm e $m = 3$ per il massimo di terzo ordine, possiamo ricavare la distanza tra le fenditure:

$$d \sin \theta = m\lambda$$

$$d = \frac{m\lambda}{\sin \theta} = \frac{3 \times 500 \text{ nm}}{\sin 90^\circ} = 1500 \text{ nm}$$

Quindi il numero di fenditure per cm è:

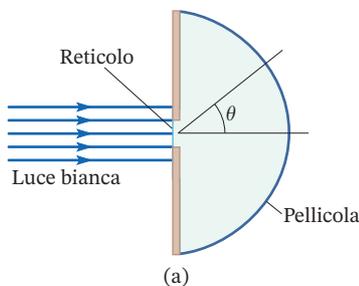
$$\begin{aligned} \frac{1}{d} &= \frac{1}{1500 \times 10^{-9} \text{ m}} = 670 \text{ 000 fenditure/m} \\ &= 6700 \text{ fenditure/cm} \end{aligned}$$

Discussione Il risultato ottenuto appare ragionevole per un reticolo. Se si fosse trovato un valore di 67 milioni di fenditure/cm o di 67 fenditure/cm avremmo potuto pensare a un errore.

 Per un massimo a 90° non si può usare l'approssimazione per angoli piccoli! Spesso si osservano massimi formati da reticoli ad angoli grandi in cui non si può usare tale approssimazione.

Problema di verifica 23.6 La distanza delle fenditure per lo spettro del terzo ordine completo

Quante fenditure per cm avrebbe il reticolo se nella fotografia ci fosse lo spettro del terzo ordine completo? Ci sarebbe anche parte del quarto ordine?



(b)

©Alan Giambattista

Figura 23.21

(a) Luce bianca incidente su un reticolo. (b) La pellicola sviluppata.

Sistema di puntamento dei lettori CD

I dati trascritti su un CD sono codificati come piccole cavità disposte secondo una traccia a forma di spirale larga 500 nm (Figura 23.22). Una superficie piana di alluminio larga 1600 nm si trova ai due lati di ogni traccia con la funzione di separare due tracce adiacenti sul CD. Una tra le funzioni più complesse di un lettore CD (o CD-ROM) è quella di mantenere il fascio laser ben centrato sulla traccia a spirale che sta leggendo. Un metodo per centrare il fascio laser sulla traccia è basato sull'uso di un reticolo per dividere il fascio laser in tre fasci distinti. Il massimo centrale ($m = 0$) è localizzato sulla traccia. I massimi del primo ordine ($m = \pm 1$) operano come dei fasci sensori; essi vengono riflessi dalle superfici piane di alluminio ai lati della traccia verso dei rivelatori. Solitamente l'intensità riflessa è costante. Se uno dei due fasci sensori colpisce la cavità di una traccia adiacente a quella in lettura, la variazione nell'intensità riflessa segnala che la posizione del laser deve essere modificata.

Alcuni CD-ROM molto veloci utilizzano un reticolo per dividere il fascio laser in sette fasci – cioè dal massimo di ordine zero ($m = 0$) fino al massimo di terzo ordine ($m = \pm 3$). Ogni singolo raggio legge una differente traccia sul CD, quindi il dispositivo è in grado di leggere simultaneamente fino a sette tracce.

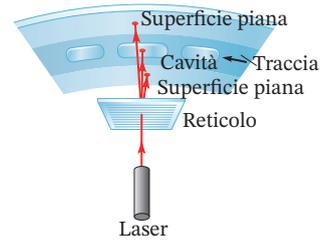


Figura 23.22 Sistema di puntamento a tre raggi.

Spettroscopia

Lo **spettroscopio a reticolo** è uno strumento di precisione utilizzato per misurare le lunghezze d'onda della luce (Figura 23.23). *Spettroscopio* vuol dire all'incirca *misuratore dello spettro*. La luce proveniente da una sorgente viene fatta passare attraverso una sottile fenditura verticale localizzata nel punto focale di una lente utilizzata per collimare il fascio luminoso. In questo modo i raggi luminosi emergenti dalla lente sono tra loro paralleli. Un reticolo, posto su una piattaforma, viene orientato in modo che i raggi incidenti lo colpiscano perpendicolarmente. Un telescopio, che può ruotare intorno al reticolo, permette di osservare i massimi e di misurare l'angolo θ sotto cui si formano. I valori misurati degli angoli e il valore della spaziatura delle fenditure nel reticolo consentono di calcolare le lunghezze d'onda presenti nella sorgente luminosa. I massimi, spesso chiamati *linee spettrali*, appaiono come delle sottili linee perché assumono la forma della fenditura del collimatore.

Sebbene la radiazione termica (così come la luce solare e la luce prodotta per incandescenza) sia composta da uno spettro di lunghezze d'onda continuo, altre sorgenti luminose sono composte da uno spettro di lunghezze d'onda discreto; cioè, solo da alcune strette bande. Uno spettro discreto viene anche chiamato spettro a linee in quanto allo spettroscopio appare come un insieme di linee. Le luci fluorescenti e le sorgenti che utilizzano scariche elettriche in gas per produrre luce (per es., le lampade al neon) producono spettri discreti. In una lampada al neon un tubo viene riempito col gas a bassa pressione e una corrente

Spettroscopio a reticolo

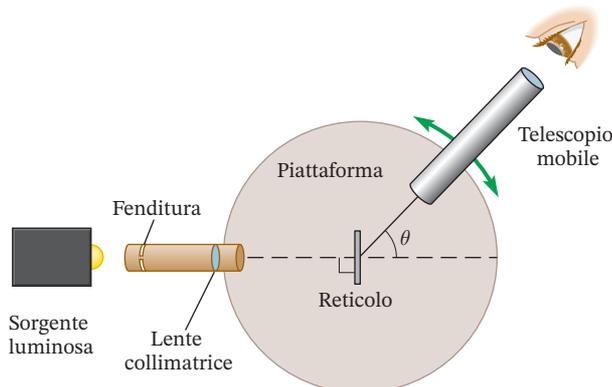


Figura 23.23 Panoramica di uno spettroscopio a reticolo.

Figura 23.24 Spettro di emissione del sodio. Lo spettro include due linee gialle con lunghezze d'onda di 589,0 nm e 589,6 nm (il doppietto di sodio).



©Alan Giambattista

elettrica viene fatta passare nel gas. La luce emessa dà lo spettro discreto caratteristico del gas utilizzato (neon in questo caso).

Alcuni vecchi lampioni hanno sorgenti di questo tipo (tubi riempiti con sodio); essi emettono il caratteristico colore giallo. Lo spettro del sodio contiene due linee gialle di lunghezza d'onda 589.0 nm e 589.6 nm (il *doppietto del sodio*; Figura 23.24). Si supponga ora di utilizzare uno spettroscopio dotato di un reticolo con poche fenditure per esaminare lo spettro emesso da questa sorgente. I massimi saranno più larghi; se sono troppo larghi non si riesce a risolvere il doppietto del sodio: le due linee dello spettro sono sovrapposte e appaiono come un'unica linea. Quindi è necessario utilizzare un reticolo con un elevato numero di fenditure per poter *distinguere* lunghezze d'onda molto vicine.

Reticoli di riflessione

Nei **reticoli di trasmissione** (vedi sopra) la luce analizzata è quella che viene trasmessa attraverso le fenditure del reticolo stesso. Un tipo differente di reticolo è il **reticolo di riflessione**. Al posto delle fenditure, un reticolo di riflessione contiene un elevato numero di sottili superfici riflettenti parallele separate da superfici opache. Utilizzando il principio di Huygens, l'analisi del reticolo di riflessione è uguale a quanto visto in precedenza per il reticolo di trasmissione, tranne per il fatto che nel reticolo di riflessione la direzione lungo la quale propagano le onde luminose è opposta. I reticoli di riflessione vengono utilizzati nella spettroscopia ad alta risoluzione per analizzare le sorgenti astronomiche di raggi X. Gli spettri ottenuti hanno permesso agli scienziati di identificare elementi chimici quali il ferro, l'ossigeno, il silicio e il magnesio nella corona delle stelle o nei resti di supernova.

LA FISICA NEL QUOTIDIANO

Un CD può essere utilizzato come un reticolo di riflessione poiché ha un numero elevato di tracce riflettenti equidistanti. Tieni un CD in modo che il lato senza etichetta rifletta la luce del Sole o di un'altra sorgente. Piega leggermente il CD avanti e indietro fino a osservare lo spettro colorato ad arcobaleno generato dall'interferenza della luce riflessa dalle tracce sul CD. Metti ora il CD, con il lato etichettato rivolto verso il basso, sul pavimento sotto una sorgente posta sul soffitto. Guarda il CD mentre ti allontani lentamente. I massimi del primo ordine formano una banda colorata (dal violetto al rosso). Quando sei a una distanza di circa 1 m, piegati lentamente verso il pavimento guardando sempre il CD. Ora stai osservando i massimi da $\theta = 0^\circ$ a $\theta = 90^\circ$. Conta quanti ordini di massimo vedi per i differenti colori che osservi. Ora valuta la spaziatura tra le tracce sul CD.

23.6 DIFFRAZIONE E PRINCIPIO DI HUYGENS

Immaginiamo un'onda piana che si avvicina a un ostacolo. Usando l'ottica geometrica ci aspetteremmo che i raggi non bloccati proseguano in modo rettilineo, formando un'ombra ben definita su uno schermo posto dietro l'ostacolo. Se l'ostacolo è grande rispetto alla lunghezza d'onda, l'ottica geometrica descrive con buona *approssimazione* quello che accade realmente. Se l'ostacolo *non* è grande ri-

spetto alla lunghezza d'onda, allora dobbiamo tornare al principio di Huygens per trovare come si diffrange un'onda.

In Figura 23.25a un fronte d'onda raggiunge una barriera che ha un'apertura. Ogni punto del fronte d'onda è sorgente di onde sferiche. I punti del fronte d'onda che si infrangono sulla barriera assorbono o riflettono le onde. Pertanto, la propagazione dell'onda è determinata dalle onde generate dalla parte del fronte d'onda che si trova nell'apertura. In Figura 23.25b-d il principio di Huygens mostra come le onde diffrangono attorno i bordi della barriera, contrariamente a quanto ci si aspetti dall'ottica geometrica.

Se osserviamo il comportamento di onde su una superficie d'acqua che passano attraverso tre aperture con diverse ampiezze, notiamo che per quella che ha un'ampiezza molto più grande della lunghezza d'onda la diffusione del fronte d'onda è minima. La parte che non viene ostruita viaggia essenzialmente in modo rettilineo producendo un'ombra netta. Diminuendo l'apertura, la diffusione del fronte d'onda diviene sempre più pronunciata. La diffrazione è apprezzabile quando la dimensione dell'apertura è paragonabile alla lunghezza d'onda, oppure minore, e la fenditura agisce come sorgente di onde circolari.

Particolare attenzione deve essere posta alle aperture intermedie (Figura 23.26). In questi casi l'ampiezza è maggiore in certe direzioni rispetto ad altre. La sorgente di questa struttura dovuta all'interferenza di onde provenienti da diversi punti verrà esaminata nel Paragrafo 23.7.

Poiché le onde elettromagnetiche sono tridimensionali, dobbiamo stare attenti quando interpretiamo lo schema di Huygens bidimensionale. La Figura 23.27a potrebbe rappresentare la luce incidente su un piccolo foro circolare, ma anche una stretta fenditura. Se rappresenta un foro, la luce si diffonde in tutte le direzioni generando fronti d'onda sferici (Figura 23.27b). Se l'apertura

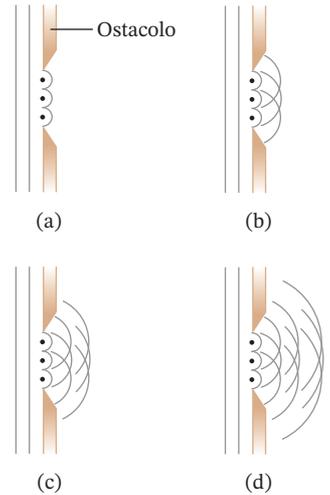
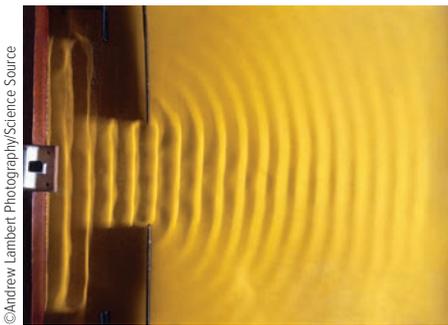
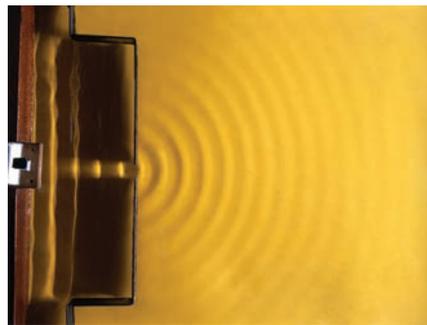


Figura 23.25 (a) Un'onda piana raggiunge un ostacolo. I punti del fronte d'onda si comportano come sorgenti di onde sferiche. (b)-(d) Successivamente le onde iniziali si propagano con nuove forme; il fronte d'onda si diffonde anche attorno ai bordi dell'ostacolo.



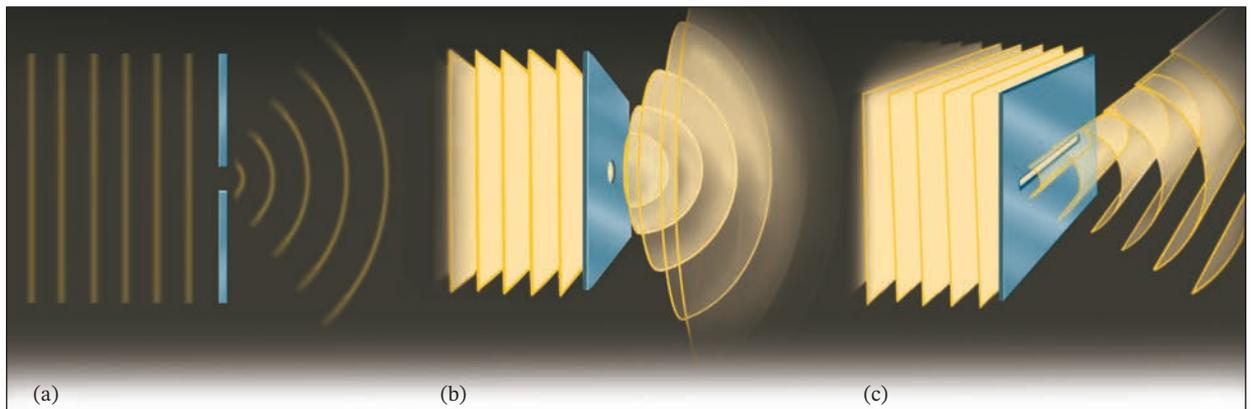
(a)



(b)

Figura 23.26

Dimostrazione della diffrazione utilizzando onde d'acqua generate da un oscilloscopio. Le onde provenienti dal lato sinistro incidono su fenditure di diversa larghezza. La diffrazione diventa più pronunciata mano a mano che la larghezza della fenditura viene ridotta.



(a)

(b)

(c)

Figura 23.27 (a) Schema del fronte d'onda creato sia da un foro circolare sia da una fenditura. (b) Per un piccolo foro circolare, i fronti d'onda uscenti sono sferici. (c) Per una fenditura, i fronti d'onda uscenti sono cilindrici.

rappresenta una fenditura, possiamo considerare le due dimensioni separatamente. Più il fronte d'onda viene ristretto più si disperde. Nella direzione della lunghezza si ottiene essenzialmente un'ombra geometrica, mentre la larghezza è stretta e l'onda si diffrange in quella direzione. I fronti d'onda oltre la fenditura sono cilindrici (Figura 23.27c).

Esempio 23.7

Diffrazione e fotolitografia

L'unità centrale (CPU chip) di un computer contiene circa 10^8 transistor, numerosi altri elementi circuitali e le loro connessioni elettriche, il tutto in uno spazio molto ristretto. Un processo utilizzato per fabbricare tali chip è la fotolitografia. Nella fotolitografia, un wafer di silicio viene rivestito con materiale fotosensibile. Il chip viene successivamente esposto a radiazione ultravioletta attraverso una maschera che contiene il disegno con la parte di materiale da rimuovere. Il wafer viene poi inciso. Le aree del wafer non esposte a raggi UV non sono incise. Nelle aree esposte, invece, il materiale fotosensibile e parte del silicio sottostante vengono rimossi. Perché il processo funziona meglio utilizzando raggi UV invece che luce visibile? Perché i ricercatori progettano di utilizzare raggi X in fotolitografia?

Impostazione Senza conoscere i dettagli dei processi chimici coinvolti, ragioniamo sulle possibili implicazioni dovute alle differenti lunghezze d'onda (raggi X e raggi UV). I raggi X hanno una lunghezza d'onda minore dei raggi UV, che a loro volta hanno una lunghezza d'onda minore della luce visibile.

Soluzione e discussione Il processo di fotolitografia dipende dalla formazione di un'ombra ben de-

finita prodotta dalla maschera. Per costruire chip sempre più piccoli ma con un numero sempre maggiore di elementi circuitali, le linee che costituiscono la maschera devono essere il più possibile sottili. Però, se le linee sono troppo sottili, la diffrazione impedisce la formazione di un'ombra ben definita. Per minimizzare gli effetti prodotti dalla diffrazione, la lunghezza d'onda che viene utilizzata deve essere piccola rispetto all'apertura della maschera. I raggi UV hanno una lunghezza d'onda minore della luce visibile, così l'apertura della maschera può essere minore. La litografia a raggi X permetterebbe di utilizzare aperture ancora minori di quelle usate con i raggi UV.

Problemi di verifica 23.7 La luce solare attraverso una finestra

I raggi solari entrano da una finestra rettangolare, illuminando un'area del pavimento. I bordi dell'area illuminata appaiono sfuocati invece che ben netti. Ciò dipende dalla diffrazione? Spiegare. Se non dipende dalla diffrazione, cosa rende i bordi dell'area illuminata sfuocati?

LA FISICA NEL QUOTIDIANO

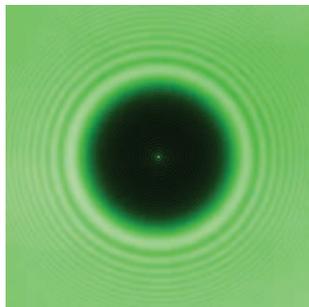


Figura 23.28 Figura di diffrazione formata da una pallina opaca. Si noti, al centro, il punto di Poisson.

Una delle previsioni meno intuitive della teoria delle onde è quella sull'ombra degli oggetti sferici o circolari. Quando vengono illuminati da luce coerente, l'ombra che si viene a formare ha un *punto luminoso al centro* dovuto alla diffrazione. La previsione, fatta da Fresnel, di questo punto luminoso fu ritenuta ridicola da alcuni eminenti scienziati del XIX secolo (per es., Poisson) – finché non venne dimostrata sperimentalmente. Puoi vedere il punto di Poisson anche tu. Attacca con la colla una sfera (Figura 23.28) o una pallina opaca a un vetrino da microscopio. Osserva l'ombra della sfera tenendola vicino all'occhio cosicché blocchi una sorgente di luce lontana. La distanza deve essere tale da poter essere considerata puntiforme; le altre fonti di luce devono essere trascurabili. Prova di notte con un lampione oppure con una lampadina lontana. Ricorda che non è mai salutare fissare direttamente una luce intensa.

LA FISICA NEL QUOTIDIANO

Cerca un pezzo di stoffa con trama fine, come per esempio della seta, una tenda di nylon, un ombrello o un capo di biancheria intima. Guarda attraverso la stoffa una luce lontana – un lampione o una lampadina in una stanza scura. Puoi spiegare l'origine della figura che vedi? Può essere la semplice ombra geometrica della trama del tessuto? Osserva come cambia la figura ruotando la stoffa. Prova anche a tirare leggermente la stoffa lungo una direzione.

23.7 DIFFRAZIONE DA SINGOLA FENDITURA

In una discussione più dettagliata sulla diffrazione, si devono considerare le *fasi* delle onde di Huygens e applicare il principio di sovrapposizione. L'interferenza delle onde provoca alcune strutture nella luce diffratta. In Figura 23.26 abbiamo visto tali strutture nella figura di diffrazione. In alcune direzioni l'ampiezza dell'onda è larga; in altre direzioni più stretta. La Figura 23.29 mostra il tipo di diffrazione formato dalla luce che passa attraverso una fenditura singola. Nel grafico si osserva un massimo centrale che contiene la maggior parte della luce. (Per *massimo centrale* si intende tutta la prima banda luminosa al centro del disegno, sebbene il *massimo* reale sia solo a $\theta = 0$). L'intensità è maggiore nel centro e decresce gradualmente fino al primo minimo in entrambi i lati, dove lo schermo è nero (intensità uguale a zero). Allontanandosi ancora dal centro si alternano massimi e minimi con intensità decrescente. I massimi laterali sono piuttosto deboli rispetto al massimo centrale e non sono altrettanto ampi.

In accordo al principio di Huygens, la diffrazione della luce è spiegata considerando ogni punto della fenditura come sorgente di onde (Figura 23.30a). L'intensità della luce in ogni punto oltre la fenditura è data dalla *sovrapposizione* di queste onde. Queste lasciano la fenditura in fase ma percorrono distanze differenti per raggiungere i vari punti sullo schermo. La struttura della figura di diffrazione è il risultato dell'*interferenza di onde*. Questo problema di interferenza è molto più complicato di tutti quelli visti in precedenza poiché dato da un numero *infinito* di onde – *ogni punto* sulla fenditura è sorgente di onde. Nonostante questa complicazione, un'intuizione geniale – simile a quella usata per i reticoli – ci permette di trovare dove saranno i minimi senza fare ricorso a matematica complessa.

In Figura 23.30b vediamo due raggi rappresentanti la propagazione di due onde: uno dall'angolo superiore dell'apertura e uno esattamente al centro. Il secondo viaggia per una distanza extra $\frac{1}{2}a \sin \theta$ prima di raggiungere lo schermo. Se questa distanza extra è uguale a $\frac{1}{2}\lambda$, allora *queste due onde* interferiscono in modo distruttivo. Prendiamo ora in considerazione altre due onde poste a distanza Δx in modo che siano ancora separate da una distanza pari a metà della fenditura ($\frac{1}{2}a$). La differenza di cammino sarà anche in questo caso $\frac{1}{2}\lambda$, dando anche qui interferenza distruttiva. Tutte le onde possono essere messe a confronto; poiché ogni coppia interferisce distruttivamente, nessun raggio di luce raggiunge lo schermo a tale angolo. Pertanto, il primo minimo di diffrazione si ha quando:

$$\frac{1}{2}a \sin \theta = \frac{1}{2}\lambda$$

oppure

$$a \sin \theta = \lambda$$

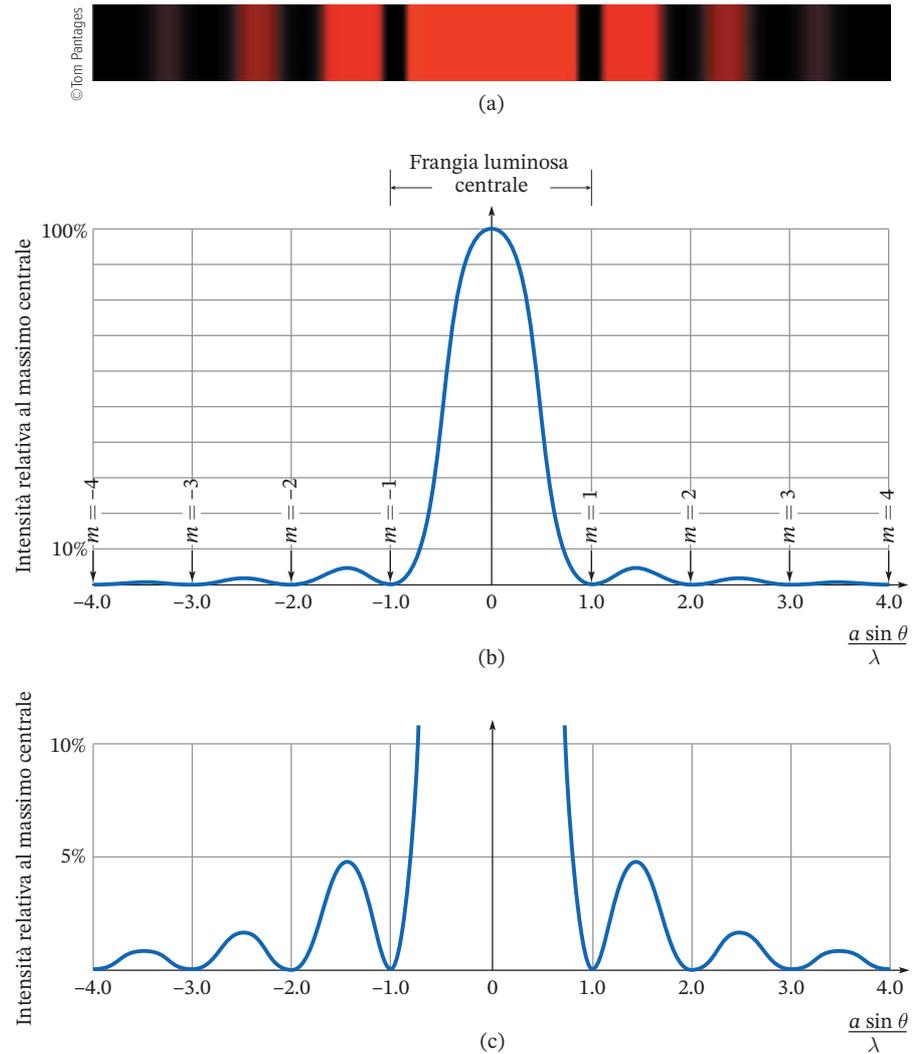
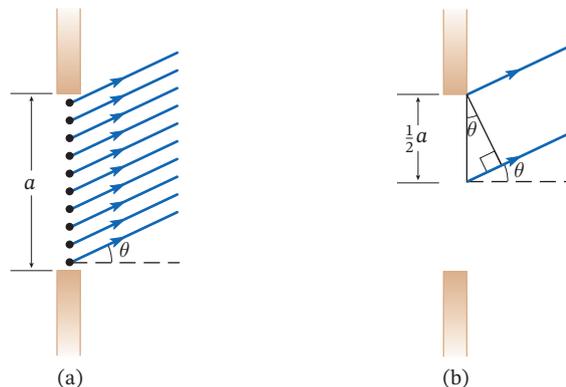


Figura 23.29 Diffrazione prodotta da una singola fenditura. (a) Fotografia della figura di diffrazione che si produce sullo schermo. (b) Intensità (come percentuale dell'intensità del massimo centrale) in funzione della differenza del numero di lunghezze d'onda nella distanza percorsa $[(a \sin \theta)/\lambda]$. I minimi sono localizzati ad angoli per cui $(a \sin \theta)/\lambda$ è pari a un numero intero diverso da zero. (c) Primo piano dello stesso grafico. Le intensità dei primi tre massimi laterali (in percentuale) sono 4.72%, 1.65% e 0.834%. I primi tre massimi laterali si hanno per $a \sin \theta = 1.43\lambda, 2.46\lambda$ e 3.47λ .

Figura 23.30 (a) Ogni punto della fenditura diviene sorgente di onde sferiche per il principio di Huygens; (b) Il raggio proveniente dal centro della fenditura si propaga lungo una distanza maggiore prima di raggiungere lo schermo rispetto al raggio proveniente dal punto più in alto nella fenditura; la distanza aggiuntiva percorsa è pari a $\frac{1}{2}a \sin \theta$.



Gli altri minimi sono calcolati in modo simile, accoppiando onde separate da una distanza di $\frac{1}{4}a, \frac{1}{6}a, \frac{1}{8}a, \dots, \frac{1}{2m}a$, dove m è un intero *diverso da zero*. I minimi sono dati da:

$$\frac{1}{2}a \sin \theta = \frac{1}{2}\lambda \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$$

Facendo alcune semplificazioni si arriva al:

Minimo di diffrazione da singola fenditura

$$a \sin \theta = m\lambda \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (23-13)$$

Attenzione: l'Equazione (23-13) assomiglia all'Equazione (23-11) per il massimo dato dall'interferenza di N fenditure, ma fornisce la posizione del *minimo* di diffrazione. Inoltre, $m = 0$ non ha senso nell'Equazione (23-13); si ha un massimo, non un minimo, per $\theta = 0$.

Cosa succede se la fenditura viene ristretta? Poiché a diventa più piccolo, l'angolo θ per il minimo cresce – la figura di diffrazione si allarga. Se l'apertura viene allargata, viceversa la figura di diffrazione si restringe a causa di un minore angolo θ .

Gli angoli di massimo sono molto più difficili da ricavare rispetto a quelli di minimo; non ci sono semplificazioni che possono essere utilizzate. Il massimo centrale è a $\theta = 0$, poiché tutte le onde viaggiano alla stessa distanza dallo schermo e arrivano in fase. Gli altri massimi sono *approssimativamente* posti a metà tra due minimi adiacenti (vedi Figura 23.29c).

Esempio 23.8

Diffrazione prodotta da una singola fenditura

La figura di diffrazione prodotta da una singola fenditura di larghezza 0.020 mm viene osservata su uno schermo. Se lo schermo è posto a 1.2 m dalla fenditura e viene utilizzata luce di lunghezza d'onda 430 nm, qual è la larghezza del massimo centrale?

Impostazione Il massimo centrale si estende dal punto di minimo per $m = -1$ al punto di minimo per $m = +1$. Poiché la figura di diffrazione è simmetrica, la larghezza è il doppio della distanza dal centro del massimo centrale al punto di minimo per $m = +1$. La Figura 23.31 schematizza il problema.

Soluzione Il minimo per $m = 1$ si ha a un angolo θ per cui vale la relazione:

$$a \sin \theta = \lambda$$

La Figura 23.31 mostra l'angolo θ relativo al punto di minimo per $m = 1$, la distanza x tra il centro della figura di diffrazione e il primo punto di minimo e la

distanza D della fenditura dallo schermo. Dalla Figura 23.31 si ottiene:

$$\tan \theta = \frac{x}{D}$$

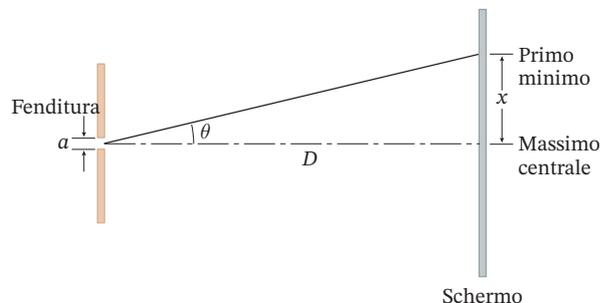


Figura 23.31

Figura di diffrazione che si produce su uno schermo distante utilizzando luce di lunghezza d'onda λ che si propaga attraverso una singola fenditura di ampiezza a posta a una distanza D dallo schermo.

Assumendo che $x \ll D$, si ha che θ è un angolo piccolo. Quindi vale l'approssimazione $\sin \theta \approx \tan \theta$:

$$\frac{x}{D} = \frac{\lambda}{a}$$

$$x = \frac{\lambda D}{a} = \frac{430 \times 10^{-9} \text{ m} \times 1.20 \text{ m}}{0.020 \times 10^{-3} \text{ m}} = 0.026 \text{ m}$$

Confrontando i valori di x e D osserviamo che l'ipotesi assunta $x \ll D$ è giustificata. La larghezza del massimo centrale è $2x = 5.2 \text{ cm}$.

Discussione La larghezza del massimo centrale dipende dall'angolo θ individuato dal primo punto di minimo e dalla distanza D tra la fenditura e lo schermo. L'angolo θ , a sua volta, dipende dalla lunghezza d'onda della luce e dalla larghezza della fenditura. Per

valori di θ maggiori, quindi per lunghezze d'onda maggiori o fenditure più strette, la figura di diffrazione risulta molto più allargata sullo schermo. Per una determinata lunghezza d'onda la diminuzione della larghezza della fenditura comporta l'aumento della diffrazione. Utilizzando una fenditura con una determinata larghezza, la figura di diffrazione risulta più allargata per lunghezze d'onda maggiori; la figura di diffrazione ottenuta utilizzando luce rossa ($\lambda = 690 \text{ nm}$) risulta quindi più allargata che quella ottenuta utilizzando luce viola ($\lambda = 410 \text{ nm}$).

Problema di verifica 23.8 Posizione del primo massimo laterale

Approssimativamente, quanto dista dal centro della figura di diffrazione il primo massimo laterale?

Intensità dei massimi nell'interferenza a doppia fenditura

Negli esperimenti che utilizzano l'interferenza a doppia fenditura, le frange luminose sono ugualmente spaziate, ma non hanno la stessa intensità (Figura 23.16). La luce si diffrange da entrambe le fenditure, arriva sullo schermo e genera ognuna una sua figura di diffrazione. Le due figure di diffrazione hanno la stessa ampiezza su ogni punto dello schermo, ma fase differente. Dove l'interferenza è costruttiva, l'ampiezza sarà il doppio di quella a fenditura singola (e pertanto l'intensità sarà quattro volte maggiore).

La Figura 23.16 mostra soltanto i massimi di interferenza all'interno del massimo centrale di diffrazione di ogni fenditura. Se la luce incidente sulla fenditura è abbastanza intensa, si potranno osservare massimi anche oltre il primo minimo di diffrazione (Figura 23.32).

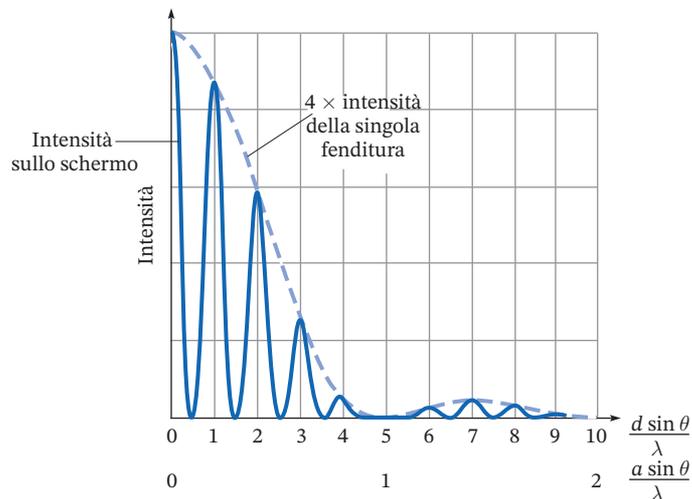


Figura 23.32 Grafico dell'intensità delle interferenze da doppia fenditura spaziate di d , con $d = 5a$, dove a è l'apertura della fenditura. Il primo minimo di diffrazione si ha per $a \sin \theta = \lambda$; in quello stesso angolo, $5a \sin \theta = d \sin \theta = 5\lambda$. Il massimo di quinto ordine manca poiché cade nel primo minimo di diffrazione, dove la luce non raggiunge lo schermo. Le altezze dei picchi seguono l'andamento di intensità della fenditura singola. Nel punto di interferenza costruttiva, l'ampiezza è il doppio rispetto alla singola fenditura, quindi l'intensità è quattro volte maggiore.

23.8 DIFFRAZIONE E RISOLUZIONE DEGLI STRUMENTI OTTICI

Macchine fotografiche, telescopi, binocoli, microscopi – praticamente tutti gli strumenti ottici, occhio umano incluso – hanno aperture circolari che lasciano passare la luce. La diffrazione della luce assume così una grande importanza. Se uno strumento deve risolvere (distinguere) due corpi come entità separate, deve creare immagini distinte. Se la diffrazione allarga l'immagine di ciascun corpo tanto da farli sovrapporre, lo strumento non sarà più in grado di risolverli.

Quando la luce attraversa un'apertura circolare di diametro a , la luce è "ristretta" in *tutte* le direzioni, a differenza della fenditura dove c'era una direzione privilegiata. L'apertura circolare diffrange la luce in tutte le direzioni. La figura di diffrazione in Figura 23.33 riflette la simmetria circolare dell'apertura. La figura di diffrazione ha molte somiglianze con quella della fenditura. Ha un massimo centrale ampio e luminoso oltre il quale si alternano minimi e massimi meno intensi; in questo caso, tuttavia, i cerchi concentrici riflettono l'apertura di forma circolare.

Calcolare gli angoli di massimo e minimo non è semplice. A noi interessa in particolare la posizione del *primo* minimo, che è dato da:

$$a \sin \theta = 1.22\lambda \quad (23-14)$$

Arrivare al fattore 1.22 è complesso, ma possiamo fornire una spiegazione. L'ampiezza dell'apertura lungo una qualsiasi direzione varia tra 0 e il diametro a ; possiamo considerare $a/1.22$ come il valore medio delle ampiezze. L'Equazione (23-14) diviene $a_{\text{eff}} \sin \theta = \lambda$.

La ragione per cui il primo minimo è così importante risiede nel fatto che fornisce il diametro del massimo centrale, che contiene l'84% dell'intensità della luce diffratta. La dimensione del massimo centrale è ciò che limita la risoluzione di uno strumento ottico.

Quando osserviamo una stella lontana attraverso un telescopio, essa è abbastanza lontana da poter essere considerata puntiforme, ma poiché la luce passa attraverso l'apertura circolare del telescopio, si crea uno spettro di diffrazione simile a quello in Figura 23.33. Cosa succede osservando due o più stelle che appaiono vicine? A occhio nudo, chi è dotato di buona vista riesce a distinguere due stelle separate, Mizar e Alcor, nella costellazione dell'Orsa Maggiore. Con un telescopio, si può vedere che Mizar è costituita in realtà da *due* stelle, chiamate Mizar A e Mizar B (Figura 23.34); l'occhio umano non riesce a risolvere (separare) le immagini di queste due stelle; il telescopio, invece, ha un'apertura molto più grande e riesce a vederle. La spettroscopia rivela un effetto Doppler periodico nella luce proveniente da Mizar A e Mizar B, dimostrando così che ciascuna è una *stella binaria* – una coppia di stelle così vicine che ruotano attorno il loro centro di massa. Le stelle gemelle Mizar A e Mizar B non possono essere viste neanche con il miglior telescopio disponibile. Quando i raggi provenienti da queste cinque stelle passano attraverso un'apertura circolare, la diffrazione sovrappone le immagini, cosicché possiamo vedere solo tre stelle al telescopio e due a occhio nudo.

Critério di Rayleigh

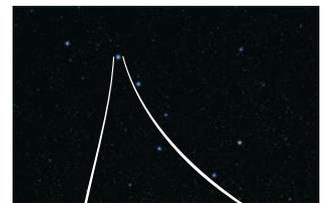
La luce proveniente da una stella singola (o da un'altra sorgente puntiforme) crea uno spettro di diffrazione attraversando un'apertura circolare. Due stelle che hanno una piccola separazione angolare formano due spettri che si sovrappongono. Poiché le stelle sono sorgenti incoerenti, i loro spettri di diffrazione si sovrappongono senza interferire tra di loro (Figura 23.35). Quanto devono essere distanti gli spettri di diffrazione per poter distinguere le stelle?

Un criterio arbitrario ma convenzionale è quello di Rayleigh, che afferma che due sorgenti puntiformi sono distinguibili se la loro separazione angolare è maggiore



© Tom Pantages

Figura 23.33 Figura di diffrazione di un'apertura circolare su uno schermo lontano.



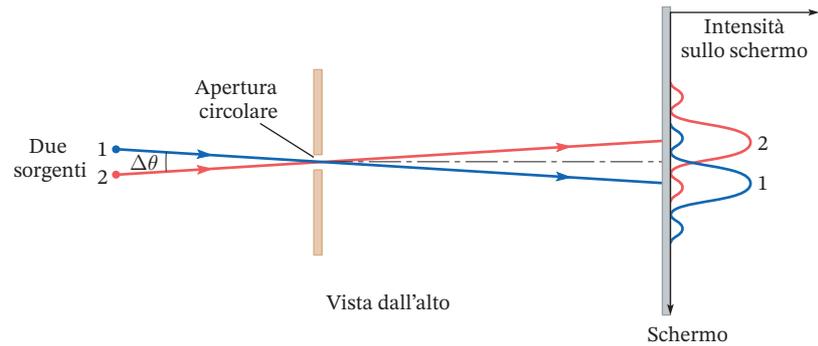
(a)



(b)

Figura 23.34 (a) Il Grande Carro, una parte della costellazione dell'Orsa Maggiore. (b) Un telescopio con un'ampia apertura rivela immagini distinte per Mizar A, Mizar B e Alcor.

Figura 23.35 Due sorgenti puntiformi con separazione angolare $\Delta\theta$ formano figure di diffrazione che si sovrappongono quando la luce attraversa un'apertura circolare. In questo caso, le immagini possono essere risolte seguendo il criterio di Rayleigh.



o uguale alla metà del massimo centrale. In altre parole, il **criterio di Rayleigh** afferma che due sorgenti possono essere a stento risolte se il centro di uno spettro di diffrazione cade nel primo minimo dell'altro. Supponiamo che una luce proveniente da due sorgenti viaggi attraverso il vuoto (o l'aria) ed entri in un'apertura circolare di diametro a . Se $\Delta\theta$ è la separazione angolare delle due sorgenti e λ_0 è la lunghezza d'onda della luce nel vuoto (o aria), allora le sorgenti possono essere risolte se:

Criterio di Rayleigh

$$a \sin \Delta\theta \geq 1.22\lambda_0 \quad (23-15)$$

Esempio 23.9

🔗 Risoluzione di una stampante laser

Una stampante laser impregna con piccoli punti di inchiostro (toner) un foglio. I punti devono essere sufficientemente vicini (e quindi sufficientemente piccoli) in modo da non distinguerli singolarmente, ma vedere lettere e grafici. Approssimativamente, quanti punti per pollice (dpi) assicurano che non si vedano i singoli punti quando si osserva una pagina distante 0.40 m? Utilizzare un valore per il diametro della pupilla di 2.5 mm.

Impostazione Se la separazione angolare tra due punti adiacenti supera il valore ottenuto applicando il criterio di Rayleigh, allora si riescono a individuare i singoli punti. Quindi, la separazione angolare dei punti deve essere minore di quella data dal criterio di Rayleigh.

Soluzione Chiamiamo Δx la distanza tra due punti adiacenti, a il diametro della pupilla e $\Delta\theta$ la separazione angolare tra due punti adiacenti (Figura 23.36). La pagina viene tenuta a una distanza $D = 0.40$ m. Poiché $\Delta x \ll D$, la separazione angolare tra due punti adiacenti è:

$$\Delta\theta \approx \frac{\Delta x}{D}$$

Affinché i due punti siano indistinguibili, la separazione angolare $\Delta\theta$ deve essere minore di quella data dal criterio di Rayleigh. Secondo tale criterio il minimo valore per $\Delta\theta$ è dato da:

$$a \sin \Delta\theta \approx a \Delta\theta = 1.22\lambda_0$$

Poiché non vogliamo che due punti adiacenti siano distinguibili, deve valere:

$$a \Delta\theta < 1.22\lambda_0$$

Sostituendo $\Delta\theta$ si ottiene:

$$a \frac{\Delta x}{D} < 1.22\lambda_0$$

Per garantire che Δx sia sufficientemente piccolo in modo che i punti appaiano indistinguibili per tutte le lunghezze d'onda dello spettro visibile consideriamo $\lambda_0 = 400$ nm (cioè la lunghezza d'onda minore dello spettro visibile).

Calcoliamo il valore della distanza tra due punti adiacenti Δx in questo caso:

$$\begin{aligned} \Delta x &< \frac{1.22\lambda_0 D}{a} = \frac{1.22 \times 400.0 \text{ nm} \times 0.40 \text{ m}}{0.0025 \text{ m}} \\ &= 7.81 \times 10^{-5} \text{ m} = 0.0781 \text{ mm} \end{aligned}$$

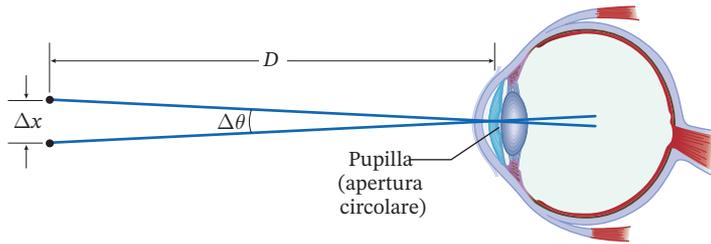


Figura 23.36
Separazione angolare $\Delta\theta$ di due punti vicini.

Per calcolare il numero minimo di punti per pollice, convertiamo la distanza Δx in pollici:

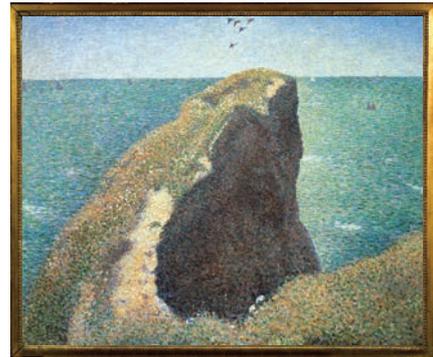
$$\Delta x = 0.0781 \text{ mm} \div 25.4 \frac{\text{mm}}{\text{pollici}} = 0.00307 \text{ pollici}$$

$$\text{punti per pollice} = \frac{1}{\text{pollici per punto}}$$

$$\frac{1}{0.00307 \text{ pollici/punto}} = 330 \text{ dpi}$$

Discussione Sulla base di questa stima, ci si aspetta che le stampe ottenute utilizzando stampanti con risoluzione 300 dpi appaiano leggermente granulose, poiché possono essere individuati i singoli punti. Stampe prodotte da stampanti con risoluzione di 600 dpi dovrebbero invece apparire più nitide.

Ci si deve però chiedere se l'Equazione (23-15) possa anche essere applicata alla diffrazione che avviene nell'occhio, poiché nell'equazione viene utilizzata la lunghezza d'onda nel vuoto (λ_0). La lunghezza d'onda nell'umor vitreo dell'occhio è data da $\lambda = \lambda_0/n$, dove $n \cong 1.36$ indica l'indice di rifrazione dell'umor vitreo. L'Equazione (23-15) si applica anche in questo caso perché la presenza di n nella formula della lunghezza d'onda viene annullata dalla presenza di n nella rifrazione (vedi Problema 57).



(a)



(b)

Figura 23.37
(a) Le Bec du Hoc, Grandcamp, di Georges Seurat (1859-1891). (b) Un gradimento dello stesso dipinto.

Problema di verifica 23.9 I dipinti dei divisionisti

Il pittore divisionista Georges Seurat perfezionò la tecnica pittorica chiamata *divisionismo*, nella quale i dipinti sono composti da punti tra loro ravvicinati di differenti colori, ognuno con un diametro di circa 2

mm (Figura 23.37). La visione in primo piano di tali dipinti rivela i singoli punti; la visione a distanze maggiori, invece, non permette di distinguere i singoli punti. Valutare la minima distanza per cui non sia possibile distinguere i singoli punti. Assumere che il diametro della pupilla sia pari a 2.2 mm.

Risoluzione dell'occhio umano

Quando c'è luce intensa, la pupilla dell'occhio si rimpicciolisce fino a 2 mm di diametro; la diffrazione causata da questa piccola apertura limita la risoluzione dell'occhio. Con luce fioca la pupilla è molto più ampia. In questo caso il limite della risoluzione non è dato dalla diffrazione, ma dalla spaziatura delle cellule

fotoeccentrici della fovea (dove sono più densamente impacchettate). Per un diametro *medio* della pupilla, la spaziatura dei coni è ottimale (vedi Problema 54). Se i coni fossero impacchettati meno densamente, la risoluzione diminuirebbe; se fossero impacchettati più densamente non ci sarebbe d'altro canto alcun guadagno, a causa della diffrazione.

Diffrazione dei raggi X



23.9 DIFFRAZIONE DEI RAGGI X

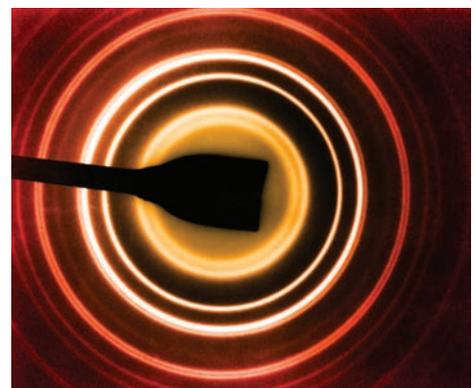
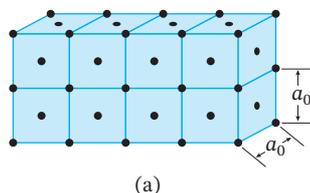
Gli esempi di diffrazione e interferenza discussi finora avevano a che fare principalmente con la luce visibile. Gli stessi effetti si hanno anche con lunghezze d'onda più lunghe o più corte rispetto a quelle visibili ai nostri occhi. È possibile fare un esperimento che ci mostri effetti di diffrazione o interferenza utilizzando raggi X? I raggi X hanno una lunghezza d'onda molto più breve della luce visibile perciò per fare tale esperimento la spaziatura delle linee in un reticolo deve essere notevolmente più breve rispetto a quella utilizzata per il visibile. La lunghezza d'onda tipica dei raggi X varia da circa 10 nm fino a 0.01 nm. Non esiste alcun modo di tracciare un reticolo con fenditure parallele con dimensioni tali da poter funzionare con i raggi X: il diametro di un atomo si aggira sui 0.2 nm, per cui la spaziatura delle fenditure sarebbe all'incirca quella di un singolo atomo.

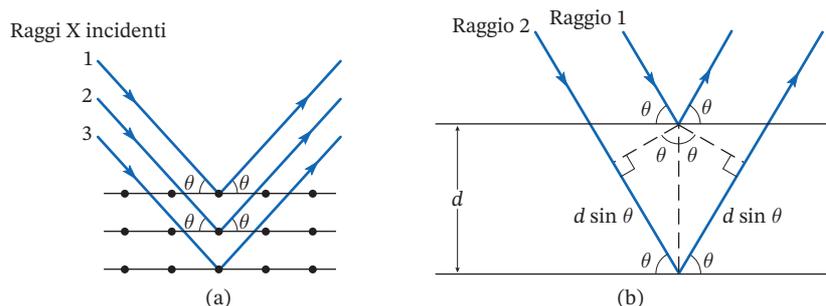
Nel 1912 Max von Laue (1879-1960) scoprì che la disposizione regolare degli atomi nei cristalli costituisce un reticolo perfetto per i raggi X. La disposizione e la spaziatura regolare degli atomi è analoga alla spaziatura regolare delle fenditure di un normale reticolo, ma i cristalli sono reticoli *tridimensionali* (quelli standard per la luce visibile sono invece bidimensionali).

La Figura 23.38a schematizza la struttura atomica di un cristallo di alluminio. Quando un fascio di raggi X passa attraverso il cristallo, viene deviato in tutte le direzioni dagli atomi. I raggi X deviati in un determinato punto, provenienti da diversi atomi, interferiscono tra di loro. Per alcune direzioni l'interferenza è costruttiva, determinando un massimo di intensità. La pellicola fotografica registra queste direzioni come un insieme di punti nel caso di un cristallo singolo, oppure come una serie di anelli in un campione costituito da molti cristalli orientati casualmente (Figura 23.38b).

Determinare la direzione dell'interferenza costruttiva è un problema complesso a causa della struttura a tre dimensioni del cristallo. Il fisico britannico William Lawrence Bragg trovò un metodo per semplificare enormemente il problema. Egli mise in evidenza come il processo di diffrazione dei raggi X da un cristallo possa essere descritto come una combinazione di *riflessioni dei raggi X da piani di atomi* (Figura 23.39a). L'interferenza costruttiva si verifica se la differenza di cammino tra i raggi X riflessi da due piani adiacenti è un multiplo intero

Figura 23.38 (a) Struttura cristallina dell'alluminio. I punti rappresentano le posizioni degli atomi di alluminio. (b) La figura di diffrazione ai raggi X formata da alluminio policristallino (un gran numero di cristalli orientati casualmente). Il punto centrale, formato dai raggi X che non sono stati deviati dal campione, risulta molto affievolito. Gli anelli si formano per angoli in cui i raggi X interferiscono costruttivamente.




Figura 23.39

(a) I raggi X incidenti si comportano come se fossero riflessi dai piani atomici paralleli. (b) Geometria per ricavare la differenza di cammino dei raggi riflessi da due piani consecutivi.

della lunghezza d'onda. Dalla Figura 23.39b si osserva che la differenza di cammino è $2d \sin \theta$, dove d è la distanza tra due piani e θ è l'angolo formato dal raggio incidente (e da quello riflesso), con il piano (non con la normale). L'interferenza costruttiva si ha quindi agli angoli dati dalla **legge di Bragg**:

Massimi per diffrazione dei raggi X

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (23-16)$$

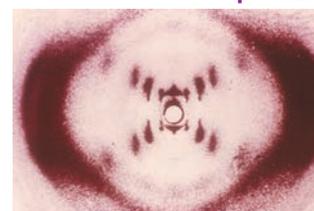
Sebbene la legge di Bragg sia una semplificazione notevole, la diffrazione dei raggi X rimane un problema complicato poiché ci sono molti piani paralleli nel cristallo, ciascuno con la sua spaziatura. In pratica, una maggiore spaziatura tra piani contiene un maggior numero di centri di scattering (atomi) per unità di area, che producono quindi massimi con intensità maggiore.

La diffrazione dei raggi X ha molteplici usi:

- Così come un reticolo separa la luce bianca in tutti i colori dello spettro, un cristallo viene usato per selezionare raggi X con una banda ristretta di lunghezze d'onda da uno spettro a raggi X continuo.
- Se la struttura del cristallo è conosciuta, l'angolo del fascio uscente viene usato per ricavare la lunghezza d'onda dei raggi X.
- Lo spettro di diffrazione dei raggi X può essere utilizzato per determinare la struttura di un cristallo. Misurando gli angoli θ con i quali i raggi più intensi escono dal cristallo, si trovano le spaziature tra i piani d e da queste si ricava la struttura cristallina.
- Gli spettri di diffrazione dei raggi X sono anche utilizzati per determinare la struttura molecolare di campioni biologici come le proteine. Gli studi compiuti dalla biofisica britannica Rosalind Franklin con la diffrazione a raggi X sono stati fondamentali per il biologo molecolare britannico James Watson e il fisico americano Francis Crick, che nel 1953 scoprono la struttura a doppia elica del DNA (Figura 23.40). Fasci intensi di raggi X irradiati da elettroni in un sincrotrone sono stati utilizzati per studiare la struttura dei virus.



Studi di diffrazione di raggi X su acidi nucleici e proteine



©Science History Images/
Alamy Stock Photo

Figura 23.40 Questa figura di diffrazione del DNA (acido desossiribonucleico) fu ottenuta da Rosalind Franklin nel 1953. Alcuni aspetti della struttura del DNA possono essere dedotti da questa figura formata da punti e bande. A partire dai dati della Franklin, James Watson e Francis Crick scoprirono la struttura elicoidale del DNA.

23.10 OLOGRAFIA

Una fotografia classica registra le intensità di luce che raggiungono in ogni punto la pellicola. Nella luce incoerente la fase varia casualmente, quindi non è importante memorizzare alcuna informazione sulla fase. Un ologramma è creato illuminando il soggetto con luce *coerente*; l'ologramma è la registrazione di intensità e *fase* della luce incidente la pellicola. L'olografia fu inventata nel 1948 da Dennis Gabor, ma fu difficile da realizzare fino all'avvento del laser negli anni '60 del secolo scorso.

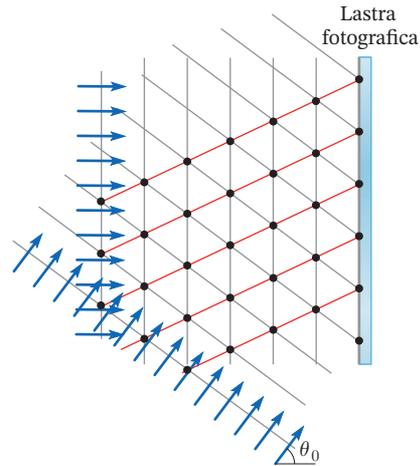


Figura 23.41 Due onde piane coerenti che viaggiano in direzioni diverse impressionano una lastra fotografica. Le linee rosse indicano punti di interferenza costruttiva tra le due onde. Si formano frange luminose dove le linee intersecano la lastra fotografica.

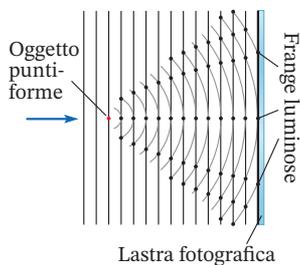


Figura 23.42 Delle onde piane coerenti sono diffuse da un oggetto puntiforme. Le onde sferiche diffuse dall'oggetto interferiscono con le onde piane e formano frange circolari sulla lastra fotografica.

Immaginiamo, come in Figura 23.41, di avere un laser, un separatore di fascio (*beam splitter*) e una serie di specchi per produrre due onde piane di luce coerente, ma che viaggiano con direzioni diverse. Facciamo arrivare le onde su una lastra fotografica. L'esposizione della lastra dipende, in ogni punto, dall'intensità di luce che vi giunge. Essendo le due onde coerenti, si formerà una serie di frange parallele in cui si hanno interferenza costruttiva e distruttiva. La spaziatura delle frange dipende dall'angolo θ_0 tra le due onde; un angolo minore allontana la spaziatura tra le frange. Nel Problema 79 lo spazio tra le frange ricavato è:

$$d = \frac{\lambda}{\sin \theta_0}$$

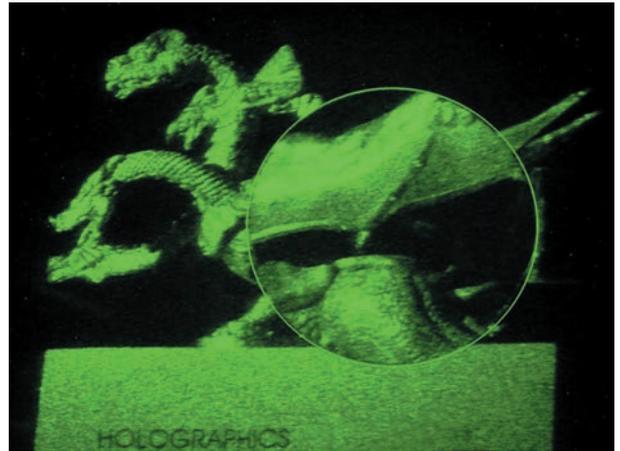
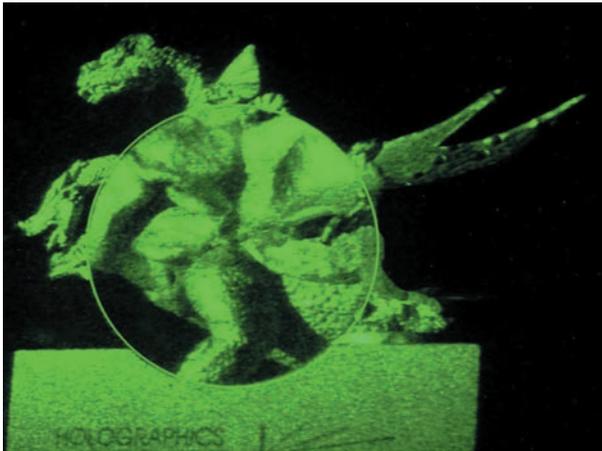
Quando la lastra viene sviluppata, le frange equamente distanziate formano un reticolo. Se la lastra viene illuminata perpendicolarmente con luce coerente che ha la stessa lunghezza d'onda λ , il massimo centrale ($m = 0$) è dritto in fronte, mentre il massimo $m = 1$ è a un angolo dato da

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{d} = \sin \theta_0$$

I massimi $m = 0$ e $m = 1$ ricreano le due onde originali.

Immaginiamo ora un'onda piana e un oggetto puntiforme (Figura 23.42). L'oggetto puntiforme diffonde la luce, generando onde sferiche proprio come una sorgente di luce puntiforme. L'interferenza dell'onda piana originale con quella diffusa dà luogo a una serie di frange circolari. Quando la lastra viene sviluppata e illuminata con luce laser, si ricreano entrambe le onde. Quella sferica sembra provenire da un punto posto dietro la lastra, che è l'immagine virtuale del nostro oggetto puntiforme. La lastra è un ologramma di un oggetto puntiforme.

Con oggetti più complicati, ogni punto sulla superficie è sorgente di onde sferiche. Quando l'ologramma è illuminato con luce coerente si ricrea un'immagine virtuale dell'oggetto (Figura 23.43). Questa immagine può essere osservata da varie prospettive poiché l'ologramma *ricrea i fronti d'onda proprio come se provenissero dall'oggetto*.



©Holographics North, Inc.

Figura 23.43 Due vedute di una singola immagine olografica di un drago dietro una lente. Si noti che la parte del drago ingrandita dall'obiettivo nell'ologramma dipende dall'angolo di osservazione.

Riepilogo

- Quando due onde coerenti sono in fase, la loro sovrapposizione genera interferenza costruttiva:
Differenza di fase $\Delta\phi = 2m\pi$ rad (23-1)
($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)
Ampiezza $A = A_1 + A_2$ (23-2)
Intensità $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ (23-3)
- Quando due onde coerenti sono sfasate di 180° , la loro sovrapposizione genera interferenza distruttiva:

$$\text{Differenza di fase } \Delta\phi = (m + \frac{1}{2}) 2\pi \text{ rad (23-4)}$$

$$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$\text{Ampiezza } A = |A_1 - A_2| \text{ (23-5)}$$

$$\text{Intensità } I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \text{ (23-6)}$$

- Una differenza sulla lunghezza di cammino pari a λ genera uno sfasamento di 2π (360°). Una differenza di $1/2 \lambda$ genera uno sfasamento di π (180°).
- Quando la luce si riflette su una superficie di un mezzo in cui si propaga con una velocità inferiore a quella del mezzo da cui proviene (un più alto indice di rifrazione), la sua fase viene invertita (sfasamento di 180°); quando la luce si riflette su una superficie di un mezzo in cui si propaga con una velocità maggiore a quella del mezzo da cui proviene (un più basso indice di rifrazione), la sua fase non viene invertita (sfasamento di 0°).
- Gli angoli di massimo e minimo nel caso di interferenza con doppia fenditura sono:

$$\text{Massimi: } d \sin \theta = m\lambda \text{ (23-11)}$$

$$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$\text{Minimi: } d \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda \text{ (23-12)}$$

$$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

La distanza tra le fenditure è d . Il valore assoluto di m è detto ordine.

- Un reticolo con N fenditure genera massimi stretti (ampiezza $\propto 1/N$) e luminosi (intensità $\propto N^2$). I massimi hanno angoli uguali al caso della doppia fenditura.
- I minimi di una figura di diffrazione da singola fenditura sono:

$$a \sin \theta = m\lambda \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \text{ (23-13)}$$

Un ampio massimo centrale contiene la maggior parte della luce. Gli altri massimi sono approssimativamente a metà distanza tra due minimi.

- In un'apertura circolare, il primo minimo di diffrazione è dato da:

$$a \sin \theta = 1.22\lambda \text{ (23-14)}$$

- Il criterio di Rayleigh afferma che due sorgenti possono essere risolte se il centro di una figura di diffrazione cade nel primo minimo dell'altra. Se $\Delta\theta$ è la separazione angolare delle due sorgenti, allora queste possono essere risolte se:

$$a \sin \Delta\theta \geq 1.22\lambda_0 \text{ (23-15)}$$

- La disposizione regolare degli atomi in un cristallo funge da reticolo per i raggi X. La diffrazione dei raggi X da un cristallo può essere interpretata come effetto della riflessione da piani atomici paralleli. Si ha interferenza costruttiva se la differenza di cammino tra due raggi X riflessi da due piani adiacenti è un multiplo intero della lunghezza d'onda.
- Un ologramma viene prodotto illuminando un oggetto con luce coerente; della luce incidente la pellicola, viene registrata sia l'intensità sia la fase. L'ologramma ricrea i fronti d'onda come se provenissero dall'oggetto.

 Problema o quesito di tipo concettuale e quantitativo

 Applicazione biologica o medica

1. Problemi o quesiti con unità di misura non SI

Livello di difficoltà:

Nessun  semplice

 medio

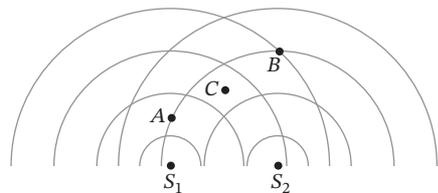
 alto

Quesiti

- Spiegare perché due onde con frequenza molto diversa non possono essere coerenti.
- Perché gli occhiali da sole, gli obiettivi delle macchine fotografiche e i binocoli con rivestimento antiriflesso spesso appaiono leggermente violacei?
- I telescopi usati in astronomia hanno lenti (o specchi) enormi. Un motivo è quello di lasciare entrare molta luce – importante per vedere corpi astronomici poco luminosi. Ti vengono in mente altri motivi per cui questi telescopi sono così grandi?
- Il telescopio Hubble usa uno specchio di 1.2 m. La sua risoluzione è migliore quando riceve luce visibile o UV? Spiegare.
- Perché puoi sentire senza problemi i suoni provenienti da dietro un angolo grazie alla diffrazione ma, dietro allo stesso angolo, non puoi vedere?
- Le casse dello stereo devono essere collegate con la stessa polarità. Se per errore esse vengono collegate con polarità opposte, i bassi (frequenze minori) si sentono a un volume più basso rispetto alla norma. Perché? Perché i bassi si attenuano di più rispetto agli alti?
- Due antenne guidate da uno stesso segnale elettrico emettono onde radio coerenti. È possibile che due antenne guidate da segnali *indipendenti* emettano onde coerenti? Se sì, come? Se no, perché?
- Una stazione radio vuole assicurare una buona ricezione in ogni punto di una città. Sarebbe una buona idea quella di piazzare molte antenne a intervalli grosso modo uguali attorno al perimetro della città? Spiegare.
- La dimensione di un atomo è di circa 0.1 nm. Un microscopio ottico riesce a vederlo? Spiegare.
- Che vantaggi ha un microscopio UV rispetto a uno che opera nel visibile? E quali svantaggi?
- Il *f-stop* (in fotografia, i valori della apertura relativa dell'obiettivo) di una macchina fotografica è pari al rapporto tra la lunghezza focale dell'obiettivo e il diametro della lente. Un grande *f-stop* significa pertanto un'apertura piccola. Tenendo in considerazione solitamente la diffrazione, userebbe una *f-stop* maggiore o minore per avere un'immagine più nitida?
- Nel Paragrafo 23.3 abbiamo studiato l'interferenza da film sottili. Perché devono essere *sottili*? Perché non vediamo effetti di interferenza quando guardiamo fuori dalla finestra o un poster coperto da un vetro – anche se il vetro è otticamente piatto?
- Descrivere cosa succede a uno spettro di diffrazione di una fenditura singola quando questa viene progressivamente rimpicciolita.
- Spiegare, usando il principio di Huygens, perché ci si aspetta il punto di Poisson.
- Quale effetto pone un limite inferiore alle dimensioni che possono essere viste chiaramente dal miglior microscopio ottico?
-  Fare uno schema (simile a quello della Figura 23.14b) dei raggi riflessi da due fenditure adiacenti di un'ala di farfalla *Morpho* con un alto angolo di incidenza (attorno a 45°). Guardando il tuo schema, spiega perché la lunghezza d'onda alla quale si ha interferenza costruttiva dipende dall'angolo dell'osservatore.
- Una lente ($n = 1.51$) ha uno strato antiriflesso di MgF_2 ($n = 1.38$). Quale dei primi due raggi riflessi è sfasato di 180° ? Supponiamo ora che lo strato antiriflesso abbia $n = 1.62$. In questo caso, quale risulta sfasato di 80° ?
- Nell'esperimento con le microonde dell'Esempio 23.1 e nell'interferometro di Michelson, abbiamo ignorato i cambiamenti di fase dati dalla riflessione sulle superfici metalliche. Luce e microonde *sono* invertite quando vengono riflesse da un metallo. Perché abbiamo potuto ignorare gli sfasamenti di 180° ?
- Perché un cristallo agisce come un reticolo tridimensionale per i raggi X, ma non per la luce visibile?

Quesiti a risposta multipla

- Se la figura rappresenta il fronte d'onda di un'interferenza da fenditura doppia, in quali punti l'intensità è zero?



Nella figura i fronti d'onda rappresentano le *creste*.

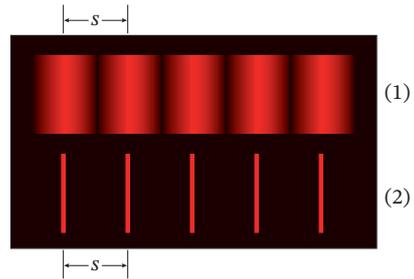
- (a) Solo A (b) Solo B (c) Solo C (d) A e B
 (e) B e C (f) A e C (g) A, B e C
- Se la figura rappresenta le onde sulla superficie di un recipiente pieno d'acqua con due sorgenti

coerenti, in quali dei punti un galleggiante oscillerebbe con ampiezza maggiore? (Le possibili risposte sono le stesse della domanda precedente).

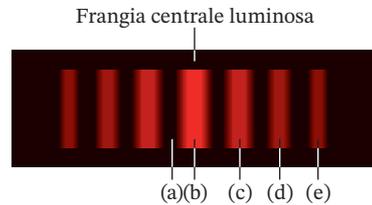
3. In un esperimento con fenditura doppia, i raggi provenienti da una delle due fenditure che raggiungono il secondo massimo su un lato del massimo centrale viaggiano con distanze che differiscono per:
 - (a) 2λ
 - (b) λ
 - (c) $\lambda/2$
 - (d) $\lambda/4$
4. Un interferometro di Michelson viene impostato per le microonde. I riflettori sono posizionati in modo che il detector legga un massimo. Quando uno dei due riflettori viene mosso di 12 cm, i valori sul detector scendono al minimo e tornano al massimo per sei volte. Qual è la lunghezza d'onda delle microonde?
 - (a) 0.5 cm
 - (b) 1 cm
 - (c) 2 cm
 - (d) 4 cm
 - (e) Non può essere determinata
5. In un esperimento con fenditura doppia che usa luce coerente, l'intensità sul centro dello schermo è I_0 se illuminato solo dalla prima fenditura e $9I_0$ se illuminato solo dalla seconda. Quando viene illuminato da entrambe, qual è l'intensità di luce nel *minimo* più vicino al centro? Le fenditure sono molto sottili.
 - (a) 0
 - (b) I_0
 - (c) $2I_0$
 - (d) $3I_0$
 - (e) $4I_0$
 - (f) $8I_0$
6. Quale delle seguenti azioni è in grado di aumentare la risoluzione di un microscopio?
 - (a) Aumentare la lunghezza d'onda della luce.
 - (b) Diminuire la lunghezza d'onda della luce.
 - (c) Aumentare il diametro delle lenti.
 - (d) Diminuire il diametro delle lenti.
 - (e) Sia (b) che (c).
 - (f) Sia (b) che (d).
 - (g) Sia (a) che (c).
 - (h) Sia (a) che (d).
7. Della luce coerente con una sola frequenza passa attraverso una fenditura doppia. La distanza tra le fenditure è d . Su uno schermo a distanza D dalle fenditure si forma una figura con massimi e minimi. Che azione potrebbe provocare un avvicinamento tra due minimi adiacenti?
 - (a) Diminuire la frequenza della luce incidente.
 - (b) Aumentare D .
 - (c) Diminuire la separazione d .
 - (d) Aumentare l'indice di rifrazione del mezzo in cui è immerso l'esperimento.
8. Due fenditure sottili, di ampiezza a , separate da una distanza d , sono illuminate da una luce con lunghezza d'onda di 660 nm. La figura di interferenza risultante è (1) in figura. La stessa sor-

gente viene utilizzata per illuminare un altro gruppo di fenditure e produce la figura (2). La disposizione di queste fenditure è:

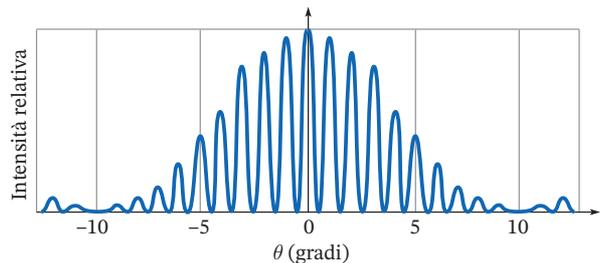
- (a) Molte fenditure, distanziate di d .
- (b) Molte fenditure, distanziate di $2d$.
- (c) Due fenditure, con ampiezza $2a$, distanziate di d .
- (d) Due fenditure, con ampiezza $a/2$, distanziate di d .



9. Nella sottostante figura di diffrazione data da una doppia fenditura, quale lettera indica un massimo di terzo ordine?



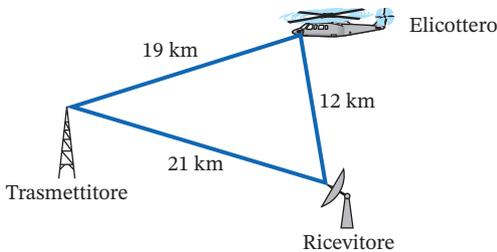
10. L'andamento delle intensità nel grafico sottostante è dovuto a:
 - (a) Due fenditure.
 - (b) Una fenditura.
 - (c) Un reticolo.
 - (d) Un'apertura circolare.



Problemi

1. Un radiotrasmittitore a 60 kHz invia un'onda elettromagnetica a un ricevitore distante 21 km. Il segnale raggiunge il ricevitore passando anche per un secondo tragitto e viene riflesso da un elicottero, come indicato in figura. Quando l'onda viene riflessa c'è uno sfasamento di 180° .

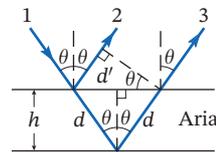
(a) Qual è la lunghezza d'onda di questa onda elettromagnetica? (b) In queste condizioni si avrà interferenza costruttiva, distruttiva o una via di mezzo?



- Una scogliera ripida a ovest della casa di Lidia riflette un segnale radio di 1020 kHz proveniente da una stazione a 74 km a est della sua casa. Se si verifica interferenza distruttiva, quale sarà la distanza minima della scogliera dalla casa? Supporre che ci sia uno sfasamento di 180° nell'onda riflessa dalla scogliera.
- Roberto si trova su una barca in mare aperto e ascolta una partita di calcio alla radio. Nota che si verificano interferenze distruttive quando un idrovolante lo sorvola ad altezze di 780 m, 975 m e 1170 m. L'antenna trasmittente è a 102 km di distanza. Supporre che ci sia uno sfasamento di 180° nell'onda riflessa dall'idrovolante. Qual è la frequenza della stazione radio?
- Disegnare un'onda sinusoidale con ampiezza di 2 cm e lunghezza d'onda di 6 cm. Quest'onda rappresenta la porzione di campo elettrico di un'onda elettromagnetica visibile che viaggia verso destra e ha ampiezza I_0 . (a) Disegnare un'onda identica sotto la prima. Qual è l'ampiezza (in cm) della somma di queste due onde? (b) Qual è l'intensità dell'onda nuova? (c) Disegnare due altre onde coerenti sotto le altre, una di ampiezza 3 cm e l'altra 1 cm; tutte quante sono in fase. Qual è l'ampiezza della somma di tutte e quattro le onde? (d) Qual è l'intensità totale?
- Disegnare delle onde identiche a quelle del Problema 4, ma con uno sfasamento di 180° nella terza. (a) Qual è l'ampiezza della somma di queste onde? (b) Qual è l'intensità? (c) Prendere in considerazione il caso in cui le prime tre onde sono in fase mentre la quarta è sfasata di 180° . Qual è l'ampiezza della somma? (d) E l'intensità?
- Due onde elettromagnetiche di intensità $9I_0$ e $16I_0$ viaggiano nella stessa direzione, nella stessa regione di spazio. Qual è l'intensità della radiazione elettromagnetica in questa regione?
- Quando Alberto accende la sua lampada da tavolo, la luce che arriva sul suo libro ha intensità I_0 . Quando ha bisogno di più luce, accende una lampada più intensa e spegne quella da tavolo, la

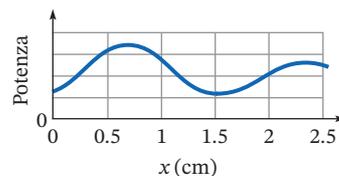
luce che arriva al libro è $4I_0$. Qual è l'intensità della luce che arriva al libro nel momento in cui Alberto accende entrambe le lampade? Se c'è più di una possibilità, definire l'intervallo di possibili intensità.

- La luce coerente di un laser viene divisa in due raggi con intensità I_0 e $4I_0$ rispettivamente. Qual è l'intensità della luce quando i raggi vengono ricombinati? Se c'è più di una possibilità, definire l'intervallo di possibili intensità.
- ◆◆🌐🌐 Un modello semplificato della struttura a gradini dell'ala della farfalla *Morpho* è rappresentato in figura. Supporre che l'altezza dei gradini sia $h = 223$ nm, che dà interferenza costruttiva per $\lambda = 446$ nm con *incidenza normale*. Usando questo modello, trovare la lunghezza d'onda della luce riflessa che interferisce costruttivamente se l'ala viene osservata a un angolo θ rispetto alla normale. Calcolare i valori per $\theta = 0^\circ, 10.0^\circ$ e 20.0° . (Aiuto: la differenza di lunghezza di cammino per ogni gradino adiacente è $2d - d'$.)



Problemi 9 e 10

- ◆◆🌐🌐 Le piume del colibrì della gola rossa hanno un colore iridescente dovuto all'interferenza. Un modello semplificato della struttura delle penne è simile a quello del Problema 9. (a) Se la massima riflessione a incidenza normale è per $\lambda = 520$ nm, qual è l'altezza h del gradino? Supporre che h sia la minima possibile. (b) A quale lunghezza d'onda si avrà la massima riflessione per incidenza della luce a $\theta = 20.0^\circ$?
- Ecco un esperimento simile all'Esempio 23.1; la potenza al ricevitore in funzione di x è mostrata in figura. (a) Qual è, all'incirca, la lunghezza d'onda delle microonde? (b) Qual è il rapporto tra le *ampiezze* delle microonde che entrano nel detector per i due massimi mostrati in figura?



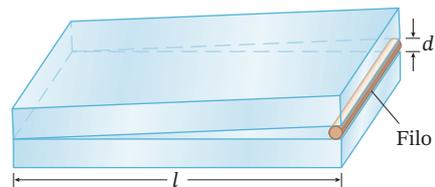
- Un interferometro di Michelson è regolato in modo da avere una frangia intensa sullo schermo. Muovendo uno specchio di $25.8 \mu\text{m}$, si contano

sullo schermo 92 frange luminose. Qual è la lunghezza d'onda usata nell'interferometro?

13. Come nell'Esempio 23.2, si immagina un recipiente trasparente lungo 30 cm posto in un ramo dell'interferometro di Michelson. Inizialmente il recipiente è pieno d'aria a 0 °C e a 1.00 atm. Gli specchi sono allineati per far apparire un punto intenso sullo schermo (lunghezza d'onda della luce nel vuoto 633 nm). Mentre viene aspirata l'aria dal recipiente, uno dei due specchi viene mosso per mantenere il centro luminoso. La distanza percorsa dallo specchio è utilizzata per calcolare l'indice di rifrazione dell'aria n . Supponiamo che all'esterno del recipiente ci sia il vuoto. Calcolare la distanza percorsa dallo specchio durante lo svuotamento del recipiente.
14.  Un interferometro di Michelson utilizza luce bianca. Viene impostato per far apparire un punto bianco luminoso sullo schermo (interferenza costruttiva per tutte le lunghezze d'onda). Una lastra di vetro ($n = 1.46$) viene inserita in uno dei due bracci. Per ritrovare il punto bianco, viene mosso lo specchio dell'altro braccio di 6.37 cm. (a) Lo specchio viene avvicinato o allontanato? Giustificare la risposta. (b) Qual è lo spessore della lastra di vetro?
15. Al museo della scienza Marco osserva una bacheca e vede due lastre di vetro molto piatte e giacenti una sopra l'altra. Su queste lastre ci sono zone chiare e zone scure. Una luce monocromatica con lunghezza d'onda di 550 nm incide sulle lastre, che sono immerse in aria. Il vetro ha indice di rifrazione di 1.51. (a) Qual è la distanza minima tra le due lastre di vetro nella regione scura? (b) Qual è la distanza minima tra le due lastre di vetro nella regione chiara? (c) Qual è la seconda distanza, in ordine crescente, per la zona scura? (*Aiuto*: non occorre sapere lo spessore delle lastre di vetro, il film *sottile* è l'aria tra le due lastre.)
16. Con riferimento al Problema 15, immaginare ora che le lastre siano immerse in olio con indice di rifrazione 1.50. (a) Qual è la distanza minima tra le due lastre di vetro nella regione scura? (b) Qual è la distanza minima tra le due lastre di vetro nella regione chiara? (c) Qual è la seconda distanza maggiore per la zona scura?
17. Su una pozzanghera d'acqua ($n = 1.33$) si è formato un film sottile di olio ($n = 1.50$). Osservando una regione del film direttamente dall'alto, questa appare rossa ($\lambda = 630$ nm). Qual è lo spessore minimo possibile dello strato di olio?
18. Su una pozzanghera d'acqua ($n = 1.33$) si è formato un film sottile di olio ($n = 1.50$) di spessore

pari a 0.40 μm . Per quale lunghezza d'onda dello spettro visibile ci si aspetta interferenza costruttiva per riflessione a incidenza normale?

19. Un film trasparente ($n = 1.3$) viene depositato su una lente di vetro ($n = 1.5$) per formare uno strato antiriflesso. Qual è lo spessore minimo per minimizzare la riflessione della luce con lunghezza d'onda di 500.0 nm in aria?
20. Una lente da macchina fotografica ($n = 1.50$) è ricoperta da uno strato sottile di fluoruro di magnesio ($n = 1.38$) con spessore 90.0 nm. Quale lunghezza d'onda nello spettro visibile è trasmessa più intensamente attraverso il film?
21. Una pellicola di sapone ha indice di rifrazione $n = 1.50$. La pellicola è osservata con luce riflessa. (a) Nelle zone in cui lo spessore della pellicola è di 910.0 nm, quali lunghezze d'onda mancano nella luce riflessa? (b) Quali lunghezze d'onda sono maggiori nella luce riflessa?
22. Una pellicola di sapone ha indice di rifrazione $n = 1.50$. La pellicola è osservata con luce trasmessa. (a) Nelle zone in cui lo spessore della pellicola è di 910.0 nm, quali lunghezze d'onda mancano nella luce trasmessa? (b) Quali lunghezze d'onda sono più intense nella luce trasmessa?
23. Due piani di vetro otticamente piatti sono separati a un'estremità con un filo di diametro di 0.200 mm; nell'altra estremità sono in contatto. Il divario tra i piani ha uno spessore che passa da 0 a 0.200 mm. I piani sono lunghi 15.0 cm e illuminati perpendicolarmente da una luce con lunghezza d'onda di 600 nm. Quante frange luminose si possono osservare nella luce riflessa?

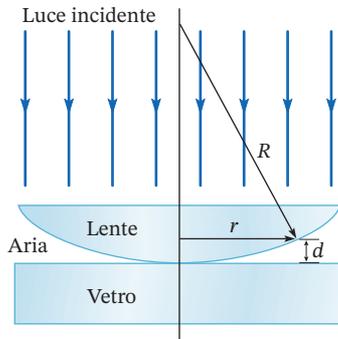


24.  Una lente viene posta su una lastra di vetro piatta per verificare che la sua superficie sia sferica. (a) Dimostrare che il raggio r_m dell' m -esimo cerchio scuro è:

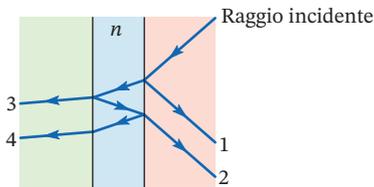
$$r_m = \sqrt{m\lambda R}$$

dove R è il raggio di curvatura della superficie della lente e λ la lunghezza d'onda della luce utilizzata. Supporre che $r_m \ll R$. (*Aiuto*: iniziare cercando lo spessore t dello strato d'aria per un raggio $r = R \sin \theta \approx R\theta$. Usare l'approssimazione per piccoli angoli.) (b) Le frange scure sono equa-

mente spaziate? In caso negativo, allontanandosi dal centro si avvicinano o allontanano?



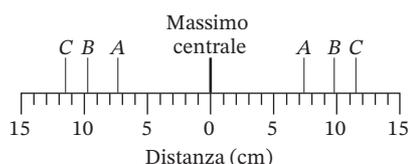
25. ✦  Un film sottile viene osservato sia in luce riflessa sia in luce trasmessa con incidenza normale. La figura mostra i due raggi più intensi per ciascun caso. Dimostrare che se i raggi 1 e 2 interferiscono costruttivamente, allora i raggi 3 e 4 devono interferire distruttivamente, e che se i raggi 1 e 2 interferiscono distruttivamente, allora i raggi 3 e 4 interferiscono costruttivamente. Considerare le seguenti possibilità: n maggiore tra i tre indici, n minore tra i tre, n compreso gli altri due indici.



26. Su due fenditure arriva una luce con lunghezza d'onda 650 nm. A un angolo di 4.10° si vede un massimo e a un angolo di 4.78° un minimo. Qual è l'ordine m del massimo e qual è la distanza d fra le fenditure?
27. Si vuole trovare a che distanza sono incise le due fenditure su una lastra. Illuminando la lastra con luce bianca si forma uno spettro a colori del primo ordine su uno schermo posto a 3.4 m di distanza. Su questo schermo la luce rossa con lunghezza d'onda di 700 nm è a 7.00 mm dalla luce violetta (400 nm). Di quanto sono separate le due fenditure?
28. Dimostrare che le frange di interferenza sono equamente spaziate, su uno schermo, vicino al centro della figura di diffrazione (*Aiuto*: usare l'approssimazione per piccoli angoli.)
29.  Utilizzare un compasso per disegnare una rappresentazione accurata del fronte d'onda in modo simile alla Figura 23.16c. Distanziare le fenditure di 2.0 cm e prendere come lunghezza d'onda della luce incidente 1.0 cm. Usando un righello, disegnare linee di interferenza costruttiva (antinodi) e usarli per trovare la posizione dei
- massimi $m = \pm 1$ su uno schermo posto a 12 cm dalle fenditure. Misurare gli angoli dei massimi con un goniometro; concordano con quelli dati dall'Equazione (23-11)? Spiegare la discrepanza.
30. In un esperimento a doppia fenditura, la lunghezza d'onda è 475 nm, la separazione delle fenditure 0.120 mm e la distanza dello schermo 36.8 cm. Qual è la distanza lineare tra massimi adiacenti sullo schermo? (*Aiuto*: supporre che si possa usare l'approssimazione per piccoli angoli e successivamente verificare che questa ipotesi sia lecita.)
31. La luce incidente su due fenditure produce una figura di diffrazione su uno schermo a 2.50 m di distanza. Se la distanza tra le fenditure è 0.0150 cm e la distanza tra frange luminose adiacenti è di 0.760 cm, qual è la lunghezza d'onda della luce? (*Aiuto*: si può usare l'approssimazione per piccoli angoli?)
32. Ramon usa una sorgente di luce coerente con lunghezza d'onda 547 nm. Fa passare la luce attraverso una doppia fenditura con una separazione fra le due fenditure di 1.50 mm e la raccoglie su uno schermo a 90.0 cm di distanza. Qual è la dimensione minima che deve avere lo schermo se Ramon vuole vedere cinque massimi di interferenza?
33. Un laser a He-Ne (630 nm) incide su una doppia fenditura. Lo schermo è a 1.5 m e le frange sono distanziate di 1.35 cm. Qual è la distanza tra le due fenditure? (*Aiuto*: Si può usare l'approssimazione per piccoli angoli?)
34. Una luce con lunghezza d'onda di 589 nm, incidente su una doppia fenditura, produce una figura di interferenza su uno schermo lontano sul quale si hanno frange luminose separate di 0.530 cm, nel centro. Una seconda sorgente di luce, quando incide sulle stesse fenditure, produce sullo stesso schermo frange distanziate di 0.640 cm. Qual è la lunghezza d'onda della seconda sorgente? (*Aiuto*: si può usare l'approssimazione per piccoli angoli?)
35. Una fenditura doppia viene illuminata con luce monocromatica con lunghezza d'onda di 600.0 nm. Le frange luminose con $m = 0$ e $m = 1$ sono separate di 3.0 mm su uno schermo posto a 40 cm di distanza. Quale è la separazione tra le fenditure? (*Aiuto*: si può usare l'approssimazione per piccoli angoli?)
36. Un reticolo ha esattamente 8000 fenditure uniformemente spaziate in 2.54 cm ed è illuminato da una lampada a vapori di mercurio. A che angolo ci si aspetta il massimo di terzo ordine per la luce verde ($\lambda = 546$ nm)?
37. Una linea rossa (lunghezza d'onda 630 nm) al terzo ordine si sovrappone con una linea blu al quarto ordine in un particolare reticolo. Qual è la lunghezza d'onda della luce blu?

38. Una luce rossa di 650 nm può essere vista in tre ordini in un reticolo. Quante fenditure per centimetro possiede il reticolo?
39. Un reticolo ha 5000.0 fenditure per centimetro. Quanti ordini di violetto con lunghezza d'onda di 412 nm possono essere osservati?
40. Un reticolo è costituito esattamente da 8000 fenditure; la spaziatura è 1.50 μm . Una luce con lunghezza d'onda di 0.600 μm incide perpendicolarmente sul reticolo. (a) Quanti massimi si vedono nella figura sullo schermo? (b) Disegnare la figura di diffrazione che apparirebbe su uno schermo a 3.0 m dal reticolo. Elencare le distanze dei massimi dal massimo centrale.

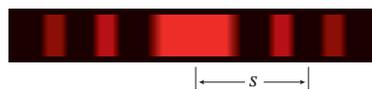
41.  Uno spettrometro a reticolo a riflessione viene usato per osservare lo spettro della luce da un tubo a elio. Le tre linee spettrali più intense sono rosso, giallo e blu. Le linee compaiono nelle posizioni indicate con A, B e C in figura, non necessariamente in corrispondenza con i colori. In questo spettrometro la distanza tra l'apertura e il reticolo è 30.0 cm e la spaziatura delle fenditure è 1870 nm. (a) Qual è la linea rossa? Qual è la linea gialla e quale la blu? (b) Calcolare la lunghezza d'onda (in nm) della linea spettrale C. (c) Quale è l'ordine maggiore per la linea C usando questo reticolo?



42.   Uno spettrometro viene utilizzato per analizzare una sorgente luminosa. La distanza schermo-reticolo è 50.0 cm e il reticolo ha 5000.0 fenditure/cm. Si hanno linee spettrali ai seguenti angoli: 12.98°, 19.0°, 26.7°, 40.6°, 42.4°, 63.9°, 77.6°. (a) Quante lunghezze d'onda sono presenti nella sorgente? Trovare tutte le lunghezze d'onda. (b) Se si utilizza un reticolo diverso con 2000.0 fenditure/cm, quante righe si vedrebbero sullo schermo a un lato del massimo centrale? Spiegare.
43.  Una luce bianca con frequenze comprese tra 400 e 700 nm viene fatta passare attraverso un reticolo. Supponendo che almeno una parte dello spettro di terzo ordine sia presente, dimostrare che gli spettri di secondo e terzo ordine si sovrappongono sempre, indipendentemente dalla spaziatura delle fenditure del reticolo.
44.  Un reticolo largo 1.600 cm ha esattamente 12 000 fenditure. Il reticolo viene utilizzato per risolvere due lunghezze d'onda vicine in una sorgente, $\lambda_a = 440.000$ nm e $\lambda_b = 440.936$ nm. (a) Quanti ordini delle linee possono essere visti con

il reticolo? (b) Qual è la separazione angolare $\theta_b - \theta_a$ tra le linee del medesimo ordine? (c) Quale ordine separa meglio le due linee? Spiegare.

45.  Uno spettrometro a reticolo viene utilizzato per separare due lunghezze d'onda, 660.0 nm e 661.4 nm al secondo ordine. (a) Indicare quante fenditure/cm deve avere il reticolo per produrre al secondo ordine entrambe le lunghezze d'onda (la risposta deve dare un valore massimo e un minimo). (b) Il numero minimo di fenditure richiesto per risolvere due linee vicine è $N = \lambda/(\Delta\lambda)$, dove λ è il valore medio delle lunghezze d'onda, $\Delta\lambda$ la differenza tra le due lunghezze d'onda e m l'ordine. Qual è il numero minimo di fenditure che deve avere il reticolo per risolvere le linee al secondo ordine?
46. La frangia luminosa centrale di una figura di diffrazione da una fenditura è larga 2.0 cm per una lunghezza d'onda di 476 nm e con lo schermo posto a 1.05 m dalla fenditura. (a) Quanto è larga la fenditura? (b) Quanto sono larghe le prime due frange luminose a lato di quella centrale? (Definire l'ampiezza di una frangia come la distanza lineare tra due minimi adiacenti.)
47. Le prime due frange scure sono separate di 1.0 mm. La lunghezza d'onda della luce è 610 nm e lo schermo è a 1.0 m dalla fenditura. Qual è l'ampiezza della fenditura?
48. Una luce con lunghezza d'onda di 630 nm incide su una fenditura singola che ha ampiezza pari a 0.40 mm. La figura mostra lo spettro che si forma su uno schermo a 2.0 m di distanza. Determinare la distanza dal centro della banda centrale al secondo minimo.

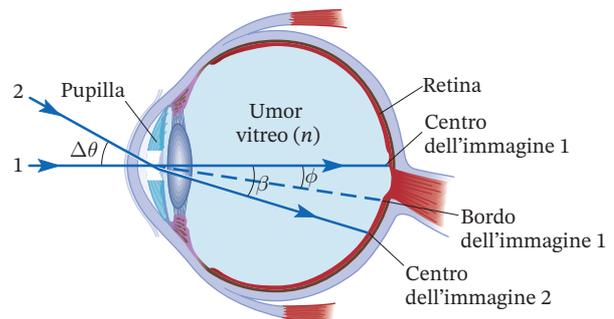


49. Una luce laser passa attraverso una fenditura e forma una figura di diffrazione su uno schermo lontano. Se l'ampiezza della fenditura viene raddoppiata, cosa accade all'ampiezza del massimo centrale sullo schermo?
50.  Si ha una figura di diffrazione su uno schermo. Utilizzando luce blu, l'ampiezza del massimo centrale è 2.0 cm (a) Se si utilizza luce rossa, il massimo centrale diviene più grande o più piccolo? (b) Se la luce blu ha lunghezza d'onda di 0.43 μm e la luce rossa 0.70 μm , quale sarà l'ampiezza del massimo centrale quando si usa la luce rossa?
51. Una luce con lunghezza d'onda di 490 nm passa attraverso una fenditura stretta. La figura di diffrazione si forma su uno schermo a 3.2 m di distanza. Ci sono 2.5 cm tra il massimo centrale e il terzo minimo. Qual è l'ampiezza della fenditura?

52. Il telescopio spaziale Hubble ha un enorme potere risolutivo in quanto non c'è nessuna distorsione della luce dovuta all'atmosfera. La macchina fotografica di Hubble usa uno specchio largo 2.4 m per raccogliere la luce proveniente da galassie remote che si sono formate nei primi istanti della storia dell'universo. Se due galassie sono a 10 miliardi di anni luce dalla terra, quanto devono essere distanziate tra loro per poter essere distinte da Hubble quando si utilizza una lunghezza d'onda di 400 nm?
53. Un fascio laser giallo (590 nm) passa attraverso un'apertura circolare con diametro 7.0 mm. Qual è l'ampiezza angolare del massimo di diffrazione centrale che si forma su uno schermo?
54.  Le cellule fotosensibili (bastoncelli e coni) della retina sono più densamente raggruppati nella fovea – la parte della retina che si utilizza quando si guarda dritto davanti a sé. Nella fovea le cellule sono tutte coni spazati di circa 1 μm . Se fossero più vicini la nostra visione ne gioverebbe? Per rispondere alla domanda, assumere che due sorgenti luminose siano abbastanza lontane da essere risolte secondo il criterio di Rayleigh. Usare come diametro della pupilla 5 mm e come diametro dell'occhio 25 mm. Supporre anche che l'indice di rifrazione dell'umor vitreo dell'occhio sia 1; in altre parole, trattare la pupilla come se fosse un'apertura circolare in aria. Qual è la spaziatura tra i coni se il centro del massimo di diffrazione cade su due coni non adiacenti con un singolo cono nel mezzo? (Ci deve essere un cono nel mezzo che non viene eccitato dalla luce per riuscire a vedere le due sorgenti separate; se vengono stimolati due coni *adiacenti* il cervello interpreta come se fosse una sorgente singola.)
55.  Una *pinhole camera* non ha lenti. Un piccolo foro circolare lascia passare la luce all'interno della macchina fotografica e impressiona la pellicola. Per avere un'immagine migliore, la luce proveniente da un punto lontano deve produrre un punto il più piccolo possibile sulla pellicola. Qual è la dimensione ottimale del foro per una macchina fotografica in cui la pellicola è a 16.0 cm dal foro? Un foro troppo piccolo crea un punto grande in quanto diffrange la luce. Un foro troppo grande crea anch'esso un punto grande poiché questo non può essere più piccolo del foro stesso (in termini di geometria ottica). Considerare come lunghezza d'onda 560 nm.
56. Il radiotelescopio di Arecibo, a Portorico, aveva una conca sferica riflettente di 305 m di diametro. I segnali radio potevano essere ricevuti ed emessi con varie frequenze con un'antenna appropriata

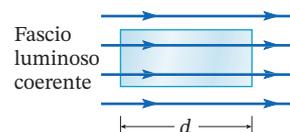
posizionata nel punto focale della conca. A una frequenza di 300 MHz, qual è l'angolo tra due stelle che poteva essere risolto da questo telescopio?

57.  Per comprendere il criterio di Rayleigh applicato alla pupilla dell'occhio, si noti che i raggi *non* passano in modo rettilineo attraverso il centro del sistema di lenti (cornea + cristallino), salvo che nel caso di incidenza perpendicolare, perché gli indici di rifrazione sono differenti. In un modello semplificato, si supponga che la luce proveniente da due sorgenti puntuali viaggi nell'aria, poi attraverso la pupilla (diametro a). Nell'altro lato della pupilla la luce viaggia attraverso l'umor vitreo (indice di rifrazione n). La figura mostra due raggi, uno da ogni sorgente, che passano attraverso il centro della pupilla. (a) Qual è la relazione tra $\Delta\theta$, la separazione angolare delle due sorgenti, e β , la separazione angolare delle due immagini? (Aiuto: usare la legge di Snell.) (b) Il primo minimo di diffrazione per la luce proveniente dalla sorgente 1 si ha a un angolo ϕ , dove $a \sin \phi = 1.22\lambda$ [Equazione (23-14)]. Qui, λ è la lunghezza d'onda dell'umor vitreo. In accordo con il criterio di Rayleigh, le sorgenti possono essere risolte se il centro dell'immagine 2 non è più vicino del primo minimo di diffrazione dell'immagine 1; questo se $\beta \geq \phi$, equivalentemente, $\sin \beta \geq \sin \phi$. Dimostrare che è equivalente all'Equazione (23-15), dove λ_0 è la lunghezza d'onda dell'aria.



Problemi di riepilogo

58. Un fascio di luce coerente con lunghezza d'onda di 623 nm in aria incide su un blocco rettangolare di vetro con indice di rifrazione 1.40. Se, dopo aver attraversato il vetro, l'onda è sfasata di 180° , quali sono le possibili lunghezze d del blocco di vetro in termini di interi positivi m ?

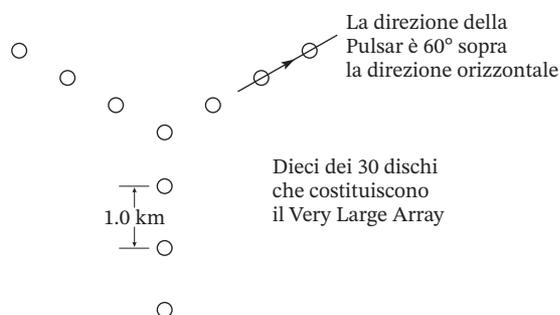


59. Una luce incidente su una fenditura doppia con lunghezza d'onda di 660 nm crea uno spettro co-

me quello in figura. Il punto A si trova esattamente di fronte al punto medio tra le due fenditure. Qual è la differenza di cammino della luce che passa attraverso le due fenditure e della luce che raggiunge i punti A, B, C, D ed E?

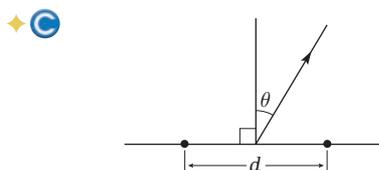


- 60. Uno strato sottile di olio ($n = 1.60$) galleggia sull'acqua ($n = 1.33$). Una parte di questo strato appare verde ($\lambda = 510 \text{ nm}$) in luce riflessa. Quanto è spesso? Trovare le tre possibilità più sottili.
- 61. Se l'unico limite è la diffrazione, qual è la massima distanza alla quale possono essere visti separati i fari di un'automobile a occhio nudo? Il diametro della pupilla è di circa 7 mm quando è buio. Fare una stima ragionevole della distanza tra i fari e della lunghezza d'onda.
- 62. Trovare l'altezza h delle cavità di un CD (Figura 23.6a). Quando il raggio laser viene riflesso parzialmente da una cavità e parzialmente dalla superficie di alluminio, i due raggi interferiscono distruttivamente; h viene scelta in modo da essere la minore altezza possibile che causa interferenza distruttiva. La lunghezza d'onda del laser è 780 nm e l'indice di rifrazione del policarbonato è $n = 1.55$.
- 63. Il Very Large Array (VLA) è costituito da 30 antenne radio con riflettori parabolici situate vicino a Socorro, in New Mexico. I riflettori sono spazati di 1.0 km e formano una Y come nel diagramma sottostante. Le pulsazioni radio provenienti da un pulsar (stella di neutroni in rapida rotazione) sono raccolte dai riflettori parabolici; l'ora di ricevimento di questi impulsi è registrata da un orologio atomico. Se la pulsar è a 60° sopra la direzione orizzontale parallela al ramo destro della Y, quanto tempo trascorre tra l'arrivo della pulsazione di dischi adiacenti in quel ramo del VLA?

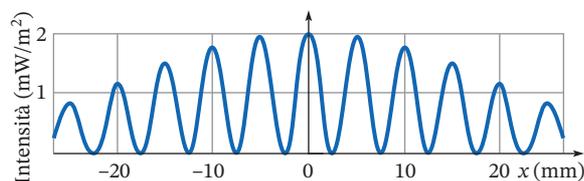


Problemi 64 e 65: Due torri radio sono a distanza d , come schematizzato in figura. Ogni antenna irradierebbe ugualmente in tutte le direzioni su un piano orizzontale. Le onde radio hanno la stessa frequenza

e sono in fase. Un ricevitore si muove in circolo attorno alle due torri a una distanza di 100 km.



- 64. La potenza irradiata su un piano orizzontale dalle antenne contemporaneamente viene misurata da un ricevitore e varia con l'angolo. (a) La potenza ricevuta a $\theta = 0$ è un massimo o un minimo? Spiegare. (b) Disegnare un grafico di P in funzione di θ per mostrare qualitativamente come la potenza vari con l'angolo θ (da -180° a $+180^\circ$) se $d = \lambda$. Segnare sul grafico i punti di massimo e minimo. (c) Disegnare un grafico che illustri come varia la potenza con l'angolo nel caso $d = \lambda/2$. Segnare sul grafico i valori di θ nei quali la potenza è massima o minima.
- 65. Le onde hanno frequenza 3.0 MHz e la distanza tra le antenne è $d = 0.30 \text{ km}$. (a) Qual è la differenza della lunghezza dei percorsi seguiti dalle onde che raggiungono il ricevitore a $\theta = 0^\circ$? (b) E a $\theta = 90^\circ$? (c) In quanti angoli ($0 \leq \theta \leq 360^\circ$) ci si aspetta di trovare un massimo di intensità? Spiegare. (d) Trovare gli angoli (θ) dei massimi del primo quadrante ($0 \leq \theta \leq 90^\circ$). (e) Quali, tra le risposte da (a) a (d), cambiano se il ricevitore si trova a 1 km dalle torri? Spiegare. (Non calcolare i nuovi valori per le risposte.)
- 66. Due fenditure sottili distanziate di 0.48 mm vengono illuminate con luce coerente e con incidenza perpendicolare. In figura è rappresentata l'intensità della luce su uno schermo a 5.0 m; x è la distanza dal massimo centrale. (a) Come sarebbe l'intensità della luce sullo schermo se solo una delle due fenditure fosse aperta? (b) Trovare la lunghezza d'onda della luce.



- 67. Quando una doppia fenditura viene illuminata con luce di lunghezza d'onda pari a 510 nm, il massimo di interferenza su uno schermo posto a 2.4 m decresce gradualmente come intensità su entrambi i lati del massimo centrale (larghezza 2.40 cm) e raggiunge un minimo nel punto in cui ci si aspetta il massimo di quinto ordine. (a) Qual è l'ampiezza della fenditura? (b) Quanto sono distanti le due fenditure?

68. Sonia sta preparando un esperimento di diffrazione per i suoi studenti. Ha un laser che emette luce con lunghezza d'onda di 627 nm e un reticolo con fenditure distanziate di 2.40×10^{-3} mm. Spera di ottenere nove massimi di interferenza sullo schermo. Giunge però alla conclusione che non importa il modo in cui dispongono gli elementi e vede solamente sette massimi. Supponendo che il problema non sia l'intensità della luce, perché Sonia non riesce a visualizzare a ogni lato i $m = 4$ massimi di interferenza?
69.  Una lente ($n = 1.52$) è rivestita con fluoruro di magnesio ($n = 1.38$). (a) Se il rivestimento causa interferenza distruttiva per luce riflessa con $\lambda = 560$ nm (il picco dello spettro solare), quale deve essere lo spessore minimo? (b) A quali due lunghezze d'onda, vicine a 560 nm, il rivestimento provoca interferenza costruttiva nella luce riflessa? (c) Viene riflessa della luce visibile? Spiegare.
70. Un pellicola sottile di sapone ($n = 1.35$) è sospesa in aria. Lo spettro della luce riflessa dalla pellicola non ha due lunghezze d'onda nel visibile, 500.0 nm e 600.0 nm, e non mancano altre lunghezze d'onda tra queste due. (a) Qual è lo spessore della pellicola di sapone? (b) Ci sono altre lunghezze d'onda nel visibile che mancano? Se sì, quali? (c) Che lunghezza d'onda è maggiore nella luce trasmessa?
71. Invece di avere uno strato antiriflesso, supponiamo di voler ricoprire una superficie di vetro per incrementare la riflessione della luce visibile. Assumendo che $1 < n_{\text{rivestimento}} < n_{\text{vetro}}$, quale dovrebbe essere lo spessore minimo del rivestimento per massimizzare l'intensità della luce riflessa con lunghezza d'onda λ ?
72.  Se si illumina la Luna con un laser (lunghezza d'onda $0.60 \mu\text{m}$) con una piccola apertura, la diffrazione allarga il fascio laser. Ridurre l'apertura ha come effetto quello di allargare ulteriormente il fascio sulla Luna. In altre parole, illuminare la Luna con un faro non può creare un punto più piccolo delle dimensioni del faro stesso. Qual è il raggio del più piccolo punto luminoso che si può fare sulla luna illuminando dalla Terra? Assumere che la luce sia perfettamente parallela prima di passare attraverso l'apertura circolare.
73. Un foglio di mica spesso $1.00 \mu\text{m}$ è sospeso in aria. In luce riflessa si vedono delle zone di buio nello spettro visibile a 450, 525 e 630 nm. Calcolare l'indice di rifrazione del foglio di mica.
74. Quando la luce è intensa, le pupille di un gatto si rimpiccioliscono fino a formare una fenditura verticale larga 0.30 mm. Il gatto sta osservando due topi lontani 18 m. Qual è la distanza minima tra i due topi alla quale il gatto può vederli distinti usando una luce di 560 nm? Supporre che la risoluzione sia limitata solamente dalla diffrazione.
75. Una luce parallela con lunghezza d'onda λ incide perpendicolarmente su una fenditura con ampiezza a . La luce viene osservata su uno schermo a 1.0 m dalla fenditura. In ognuno dei seguenti casi, tracciare l'intensità sullo schermo in funzione di x , la distanza dal centro dello schermo, per $0 \leq x \leq 10$ cm: (a) $\lambda = 10a$; (b) $10\lambda = a$; (c) $30\lambda = a$.
76. Quanto possono essere vicini due oggetti sulla Luna per poter essere distinti dal telescopio riflettente di Mount Palomar, che ha un diametro di 5.08 m? (Usare come lunghezza d'onda 520 nm.)
77. Un reticolo di uno spettrometro viene illuminato con luce rossa ($\lambda = 690$ nm) e luce blu ($\lambda = 460$ nm) simultaneamente. Il reticolo ha 10 000.0 fenditure per centimetro. Disegnare la figura di diffrazione che si forma su uno schermo a 2.0 m dal reticolo. Indicare le distanze dal massimo centrale. Indicare anche quali linee sono rosse e quali blu.
78. Due fenditure, separate di $20.0 \mu\text{m}$, sono illuminate da luce con lunghezza d'onda di $0.50 \mu\text{m}$. Se lo schermo si trova a 8.0 m, qual è la distanza tra le fenditure luminose $m = 0$ e $m = 1$?
79.  Due onde piane e coerenti viaggiano con un angolo θ_0 e raggiungono una lastra fotografica. Dimostrare che la distanza tra le frange di interferenza costruttiva sulla lastra è data da $d = \lambda/\sin \theta_0$. (Vedi Figura 23.41.)
80. In un esperimento con fenditura doppia, qual è la distanza lineare sullo schermo tra massimi adiacenti se la lunghezza d'onda è 546 nm? La distanza tra le fenditure è 0.100 mm e la distanza dello schermo dalle fenditure è 20.0 cm.

Risposte ai Problemi di verifica

- 23.2 Lo specchio deve essere avvicinato (percorso minore). Poiché il numero di onde nel percorso con il recipiente diminuisce, dobbiamo ridurre anche il numero di onde dell'altro percorso.
- 23.3 560 nm e 458 nm.
- 23.4 (a) 0, 0.020 rad, 0.040 rad. (b) 0.010 rad, 0.030 rad. (c) 4.0 cm.
- 23.5 L'intensità è massima al centro ($\theta = 0$) e decresce gradualmente da entrambi i lati, ma non raggiunge mai zero.

- 23.6** 4760 fenditure/cm; i massimi di quarto ordine sono presenti per lunghezze d'onda fino a 525 nm.
- 23.7** No; la finestra è larga se confrontata con la lunghezza d'onda della luce, la diffrazione è trascurabile. Il Sole non è abbastanza lontano da poter essere considerato come sorgente puntiforme; i raggi provenienti da punti diversi sulla superficie del sole seguono percorsi leggermente differenti quando passano attraverso la finestra.
- 23.8** 3.9 cm.
- 23.9** 9 m.
- 23.2** Uno sfasamento di 180° si verifica quando l'onda si riflette da un mezzo in cui si propaga più lentamente (indice di rifrazione più alto). Il raggio 1 ha un cambiamento di fase di 180° dovuto alla riflessione perché $n_f > n_i$. Il raggio 2 non subisce un cambiamento di fase dovuto alla riflessione perché $n_i < n_f$.
- 23.5** Nel caso di una doppia fenditura, l'intensità della luce varia gradualmente tra massimi e minimi (vedi Figura 23.16). I massimi dovuti a un reticolo sono molto più luminosi (interferenze costruttive dovute a molte fenditure piuttosto che a due sole fenditure). Le larghezze dei massimi sono inversamente proporzionali al numero di fenditure, quindi per un reticolo con molte fenditure le larghezze dei massimi sono molto piccole.

Risposte ai quesiti Mettiti alla prova

- 23.1** Sì, la differenza di fase tra due onde coerenti può essere $\pi/3$ rad. La differenza di fase non è un multiplo intero di π , quindi l'interferenza non è né costruttiva (ampiezza massima) né